

## مطالعه‌ی تحلیلی اثر زبری بستر و نسبت اختلاط بر پرش هیدرولیکی ایجاد شده در جریانهای

### چگال شور

نادر برهمند<sup>۱</sup>

تاریخ دریافت: ۹۴/۱۲/۲۶ تاریخ پذیرش: ۹۵/۷/۱

#### چکیده:

جریان چگال می‌تواند طی یک پرش هیدرولیکی به صورت سریع از جریان فوق بحرانی به زیر بحرانی تغییر وضعیت دهد. چنین پدیده‌ی ای پرش چگال نام دارد. پرشهای هیدرولیکی ایجاد شده در جریانهای چگال (پرشهای چگال)، نقش مهمی در تغییرات خصوصیات جریان چگال، و همچنین سیال محیطی (همانند مقدار سرعتها و غلظتها) دارند. در این مقاله، پرش چگال با در نظر گرفتن زبری بستر، و نیز اختلاط سیال محیطی با جریان، مورد مطالعه تحلیلی قرار گرفت و معادله‌ای جامع به منظور محاسبه‌ی نسبت عمقهای مزدوج پرش به دست آمد، که تابعی از عدد فرود چگالی بالادست پرش، نسبت اختلاط و نیز زبری نسبی می‌باشد که قابل کاربرد برای هر دو حالت بستر صاف و زیر است. علاوه بر آن، معادلاتی جهت محاسبه‌ی حداکثر نسبت اختلاط، حداقل عدد فرود چگالی در مقطع ماقبل پرش، و همچنین حداکثر زبری نسبی، ارائه شده‌اند. لازم به ذکر است که این مقادیر حدی، متناظر با حداقل مقدار ممکن نسبت عمقهای مزدوج می‌باشند. نشان داده شد که با افزایش زبری بستر، علاوه بر کاهش نسبت عمق مزدوج  $h_2/h_1$ ، ناحیه‌ی غلتان پرش نیز کوچکتر می‌شود. ضمناً با افزایش نسبت اختلاط، نسبت عمقهای مزدوج، ممکن است ابتدا افزایش یافته، و سپس کاهش یابد، یا اینکه کلاً یک منحنی نزولی باشد. نهایتاً، رابطه‌ی جهت تعیین حداقل ارتفاع مانع نفوذناپذیر به صورت تابعی از نسبت عمقهای مزدوج  $h_2/h_1$  به دست آمد.

**واژه‌های کلیدی:** پرش چگال، سیال محیطی، زبری نسبی، نسبت اختلاط و عدد فرود چگالی.

<sup>۱</sup> دانشگاه آزاد اسلامی، واحد لارستان، گروه مهندسی عمران، لارستان، ایران.  
تلفن: ۰۹۳۷۸۶۸۷۱۵، ایمیل: nader\_barahmand@yahoo.com

## مقدمه

جریانهای چگال، به علت تفاوت جرم حجمی با سیال محیطی، که معمولاً توده‌ی عظیمی از آب همانند آبگیر پشت سدها، دریاچه‌ها، دریاها، اقیانوسها و ... است، به وجود می‌آیند.

در توده‌های عظیم آب (مثل مخازن و دریاچه‌ها)، جریان ثقلی تحتانی بعد از غوطه‌وری، در زیر سطح آزاد و در امتداد شیب بستر شکل می‌گیرد (شکل ۱). در سطح مشترک این جریان، به علت تفاوت جرم حجمی جریان با آب تمیز روی آن، گردابه‌هایی تشکیل می‌گردند که منجر به ورود سیال محیطی به درون جریان ثقلی می‌شوند. همان‌طور که در شکل (۱) ملاحظه می‌شود، جریان چگال تحتانی شامل سه بخش اصلی غوطه‌وری، بدنه و رأس می‌باشد.

جریان چگال معمولاً تحت تاثیر بالآمدگی بستر، و یا تنگ‌شدگی مقطع در پایین دست، و همچنین تحت تاثیر کاهش شیب می‌تواند طی یک پرش هیدرولیکی، به صورت سریع از جریان فوق بحرانی به زیر بحرانی تغییر وضعیت دهد (ویلیکینسون و وود، ۱۹۷۱؛ بادور و ابینک، ۱۹۸۳؛ گارسیا، ۱۹۹۳). چنین پرشی در سطح مشترک جریان چگال و سیال محیطی رخ می‌دهد. معمولاً در ناحیه‌ی پرش، مقداری از سیال محیطی وارد جریان چگال می‌شود، بنابراین جرم حجمی جریان در طول پرش تغییر می‌کند، به همین علت، این گونه از پرشها به پرشهای چگال معروف می‌باشند.

درک دقیق فرایند پرش چگال، می‌تواند نقش بسیار مهمی را در شناختن چگونگی توسعه‌ی جریانهای چگال، اصلاح شبیه‌های عددی، بهبود کیفی آب، و همچنین بهبود مدیریت ته‌نشینی و فرسایش رسوبها در آبگیرها و دریاچه‌ها داشته باشد. ضمناً، در توده‌های عظیم آب (مثل مخازن و دریاچه‌ها)، جریان چگال معمولاً از روی بستری زبر شده به وسیله‌ی رسوبها و یا گیاهان، عبور می‌کند. بنابراین انتظار می‌رود که بررسی و تحلیل پرشهای چگال بدون در نظر گرفتن اثر زبری بستر (همانند تحقیقات انجام شده در پرشهای هیدرولیکی در جریانهای نهرهای باز تک-حالتی)، کامل نخواهد شد.

پرشهای چگال به تعداد زیاد در نیوار و نیز اقیانوسها رخ می‌دهند. به عنوان مثال رایسون و همکاران (۲۰۱۱)

این پدیده را در اقیانوس و در نزدیکی جزیره‌ی اسکات (واقع در قسمت شمال غربی استرالیا) مشاهده نمودند. البته باید متذکر شد که پدیده پرش چگال در محیطهای زیردریایی را اولین بار سامر و همکاران (۲۰۱۳) به صورت دقیق، مورد بررسی قرار داده‌اند. این مطالعات میدانی نشان دادند که مطالعات آزمایشگاهی، مقادیر سرعت و ضخامت جریان چگال در مقطع ثانویه پرش را به ترتیب کمتر و بیشتر از مقادیر واقعی (مقادیر میدانی) به دست می‌آورند. ضمناً، ایشان، جهت محاسبه‌ی عدد فرود چگال بحرانی از سرعت بیشینه به جای سرعت متوسط استفاده نمودند.

یه و گوها (۱۹۵۵) به بررسی پرش هیدرولیکی ایجاد شده در سطح مشترک دو سیال محیطی و غلیظ پرداختند. لازم به ذکر است که این دو سیال، غیر قابل اختلاط با یکدیگر بودند. ایشان در بسترهای صاف، جهت تخمین نسبت عمق جریان چگال. در مقطع انتهایی پرش  $h_2$  به عمق جریان در مقطع ابتدایی پرش  $h_1$ ، رابطه‌ی ذیل را پیشنهاد نمودند. باید متذکر شد که این رابطه تنها در صورتی معتبر خواهد بود که تنها یکی از دو سیال غیر قابل اختلاط، متحرک باشد:

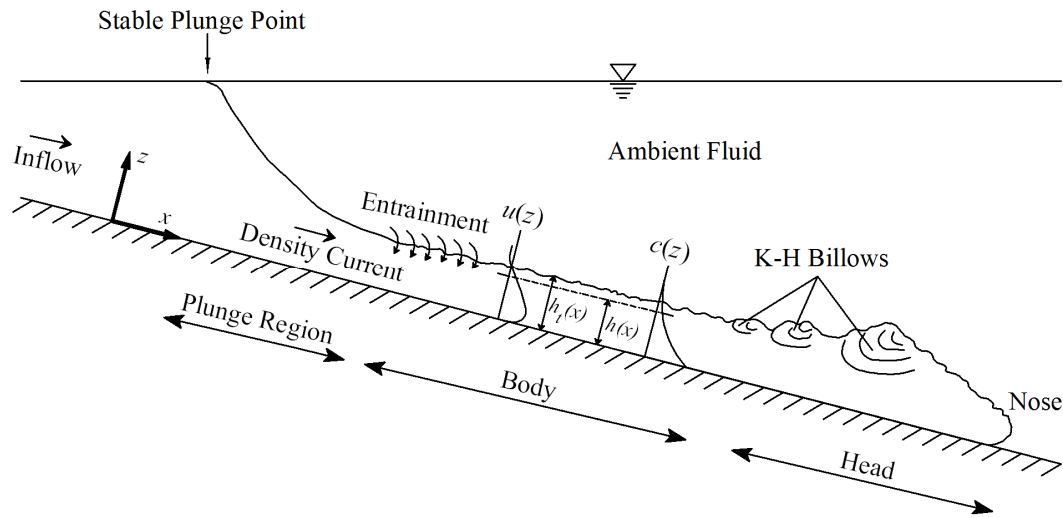
$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8F_{D1}^2} - 1 \right) \quad (1)$$

در این رابطه،  $F_{D1}$  عدد فرود چگالی در مقطع ماقبل پرش (مقطع ۱ شکل ۲) است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

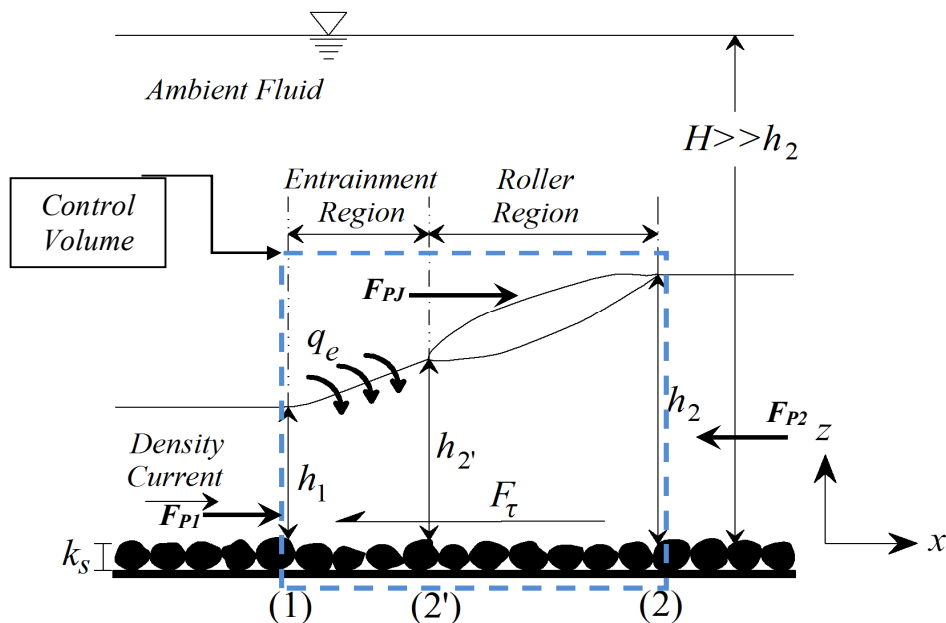
$$F_{D1} = \frac{1}{\sqrt{Ri_1}} = U_1 / \sqrt{g \left( \frac{\rho_1 - \rho_a}{\rho_1} \right) h_1} \quad (2)$$

که  $Ri$  عدد ریچاردسون حجمی،  $\rho$  جرم حجمی متوسط - لایه‌ای سیال غلیظ،  $\rho_a$  جرم حجمی سیال محیطی،  $U$  سرعت متوسط - لایه‌ای جریان چگال در جهت شیب و  $g$  شتاب گرانش است. نمایه ۱ نیز نشان‌دهنده مقطع ۱ می‌باشد (شکل ۲). معادله (۱)، مشابه با رابطه سنتی نسبت عمقهای مزدوج پرش در جریانهای نهر باز تک حالتی (رابطه بلانگر) است.

اثر بالآمدگی بستر در پایین دست بر خصوصیات اختلاطی پرش چگال ایجاد می‌کند. در یک سیال محیطی عمیق، به وسیله‌ی ویلیکینسون و وود (۱۹۷۱) به صورت نظری و آزمایشگاهی مورد تحقیق قرار گرفت. همان‌طور که در شکل (۲) دیده می‌شود، طول پرش با توجه



شکل ۱- طرح واره یک جریان چگال توسعه یافته بر روی یک بستر شیبدار.



شکل ۲- پرش چگال داخلی با در نظر گرفتن بستر زبر.

پرش هیدرولیکی داخلی مابین دو سیال قابل اختلاط با هم راه، با توجه به سرعت‌های متفاوت تحلیل نموده و نشان دادند که هنگامی که یک لایه بسیار بزرگ و ساکن باشد، مقدار به‌دست آمده از تحقیق وود و سیمپسون (۱۹۸۴) به مقدار حاصله از منحنی به‌دست آمده به‌وسیله‌ی ویلکینسون و وود (۱۹۷۱) نزدیک می‌گردد.

پدیده‌ی پرش چگال در یک نهر پایه دار کوتاه با بستر صاف و عمق محدود، به صورت تحلیلی و آزمایشگاهی به‌وسیله‌ی بادور و اینک (۱۹۸۳) مورد مطالعه قرار گرفت. مشخص گردید که مقدار اختلاط

به اختلاط و یا عدم اختلاط سیال محیطی با جریان چگال به دو قسمت تقسیم گردید:

- ۱- ناحیه‌ی اختلاط: این ناحیه مجاور به پنجه‌ی پرش بوده و در تمام طول آن، اختلاط وجود دارد.
  - ۲- ناحیه‌ی غلتان: این ناحیه از انتهای ناحیه‌ی اختلاط شروع شده و تا انتهای طول پرش ادامه می‌یابد. مقدار اختلاط در این قسمت، برابر با صفر است. همچنین، جرم حجمی و بده جریان در طول این ناحیه، ثابت باقی می‌ماند.
- وود و سیمپسون در سال ۱۹۸۴ حالت‌های متفاوتی از

وقوع پدیده‌ی پرش، اختلاط و ورود هوای محیطی به درون جریان چگال را به شدت افزایش می‌دهد.

کاستیک و پارکر در سال ۲۰۰۶، رفتار جریان چگال کدر را در نزدیکی محل شکستگی شیب بستر به صورت عددی شبیه سازی نمودند. مطابق با شبیه‌ایشان، هرچه زبری بستر بیشتر گردد، طول پرش کوتاهتر شده و به بالادست، منتقل خواهد شد.

پرش چگال عبوری از روی بسترهای صاف، به-وسیله‌ی رجو و همکاران در سال ۲۰۰۶ به صورت نظری، تحلیل شد. آنها نشان دادند در حالتی که پرش به‌وسیله‌ی یک بالارفتگی در کف نهر (و یا به‌وسیله‌ی تنگ شدگی مقطع نهر) مهار می‌شود، نسبت اختلاط پرش تنها به عدد فرود بالادست پرش و ارتفاع بدون بعد بالارفتگی (و یا عرض بدون بعد تنگ شدگی مقطع) وابسته است.

اثر شیب بستر بر پرش چگال به‌وسیله‌ی نجف‌پور و همکاران (۲۰۱۴) مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق، نسبت اعماق مزدوج پرش به صورت تابعی از عدد فرود چگالی مقطع ورودی، نسبت غلظت در مقطع ورودی، شیب بستر و مقدار اختلاط سیال محیطی با جریان چگال به‌دست آمد. مابین رابطه به‌دست آمده و آزمایشهای انجام شده به‌وسیله‌ی ایشان، سازگاری و مطابقت مناسبی مشاهده گردید. ضمناً، مطالعه ایشان نشان داد که در پرشهای چگال نمکی به‌وجود آمده در روی بسترهای افقی، عدد فرود چگال بحرانی برابر با  $1/12$  می‌گردد. همچنین، نتیجه گرفته شد که عدد فرود چگال بحرانی جهت پرشهای چگال شور با افزایش شیب، افزایش یافته، و با زیاد شدن غلظت جریان در مقطع ورودی، کاهش می‌یابد.

باید متذکر شد که جهت جریانهای چگال حاوی ذرات معلق ریزدانه، نورمحمدی و همکاران (۲۰۱۱) مقدار عدد فرود چگال بحرانی را کمتر از یک (حدود  $0/6$ ) به‌دست آوردند. ضمناً، نتایج عددی هوانگ و همکاران (۲۰۰۹) نشان دادند که جهت پرش چگال شور به‌وجود آمده بر روی بستر شیبدار با شیب ۳ درجه، عدد فرود چگال بحرانی معادل با  $1/21$  است.

تراپ (۲۰۰۸) به بررسی شرایط ایجاد پرش چگال در یک سیال محیطی با عمق نامحدود پرداخت. نامبرده

سیال محیطی با جریان چگال در پرشهای کاملاً مستغرق و در جریانهای کاملاً ناپایدار، ناچیز و قابل صرف نظر کردن است. همچنین، با فرض نامحدود بودن عمق سیال محیطی، در پرش آزاد، بین عدد فرود چگالی مقطع ابتدایی پرش و حداکثر اختلاط، رابطه‌ای به‌دست آمد. علاوه بر این، افزایش عدد فرود جریان از یک مقدار ویژه، منجر به کاهش اختلاط سیال محیطی و در نتیجه افزایش ناپایداری جریان می‌شد. هاگ و وودس (۲۰۰۱) اثرات اصطکاکی بستر را بر جریانهای چگال دو بعدی را مطالعه نمودند. در این مطالعه هیچ‌گونه پرشی ایجاد نشد و فقط اثرات اصطکاکی بستر مورد تاکید و بررسی قرار گرفت. هالند و همکاران (۲۰۰۲) از معادلات بقای انرژی آشفتنگی و انرژی متوسط استفاده کرده و فرض نمودند که افت کارمایه آشفتنگی در ناحیه‌ی پرش ناچیز باشد. با این فرض آنها حدود بالا و پایینی جهت مقادیر ممکن اعداد فرود بالادست و پایین دست پرش، و همچنین سرعت اختلاط سیال محیطی یافتند. نشان داده شده است که این حدود آزمایشگاهی با داده‌های آزمایشگاهی سازگار نیستند (هسید و همکاران، ۲۰۰۷).

همچنین، اختلاط هوای محیطی با پرش چگال ایجاد می‌شود در جریان افقی دود در زیر یک سقف افقی با کمک روش ترسیمی مورد بررسی قرار گرفته است. نشان داده شد که مقدار این اختلاط علاوه بر عدد فرود بالادست پرش به خصوصیات شرایط مرزی پایین‌دست نیز وابسته است؛ اما مقدار بیشینه اختلاط هوای محیطی با پرش تنها تابعی از عدد فرود بالادست است (رجو و همکاران، ۲۰۰۴).

کیو و چاو (۲۰۱۲) پرشهای چگال به‌وجود آمده از برخورد دود به موانع را به صورت عددی و تحلیلی بررسی نمودند. نشان داده شد که در دماهای بالا، مقدار ورود هوای محیطی به درون جریان چگال دود، به صورت مناسبی شبیه سازی عددی می‌گردد که در این حالت، تطابق نتایج عددی با تحلیلی مناسب است. ضمناً مشاهده شد که بر خلاف شبیه سازی حالت سه بعدی جریان، شبیه سازی عددی دو بعدی منجر به نتایجی مشابه با حل تحلیلی می‌گردد.

همچنین زی و همکاران (۲۰۱۵) نیز به بررسی پرش چگال دود پرداختند. ایشان از نرم افزار STAR-CCM+ استفاده کردند. نتایج عددی نشان دادند که

4- نهر پایه دار، مستطیلی شکل و دارای بستر افقی می‌باشد. همچنین، شکل مقطع عرضی نهر پایه دار در طول پرش تغییر نمی‌کند. به عبارت دیگر نهر، منشوری شکل است.

5- جریان چگال پایدار است، چه، اختلاف جرم حجمی می‌تواند به علت تفاوت‌های دائمی، و یا مواد محلول ایجاد شده باشد. در این صورت، شار شناوری این گونه از جریانها در طی حرکت، ثابت باقی می‌ماند.

6- سیال محیطی و سیال غلیظ، هر دو غیر قابل تراکم می‌باشند.

7- مقدار غلظتها به قدری کوچک است که می‌توان سیال را نیوتنی فرض کرد. در این حالت، تقریب بوسینسک معتبر است.

8- مقدار عدد فرود چگالی، در مقطع ماقبل پرش، بزرگتر از واحد است.

با توجه به فرضیات فوق، پرش هیدرولیکی داخلی و آزاد شکل (۲) در نظر گرفته می‌شوند. چنانچه حجم شاهد برابر با حجم سیال غلیظ مابین دو مقطع ۱ و ۲ (به ترتیب مقاطع ابتدایی و انتهایی پرش) باشد، با توجه به قانون بقای حجم داریم:

$$q_1 + q_e = q_2 \quad (3)$$

در این رابطه،  $q$  بده ویژه‌ی جریان چگال و  $q_e$  بده ویژه‌ی وارد شده از سیال محیطی به درون جریان چگال در ناحیه پرش می‌باشد. نمایه ۲ نیز نشان دهنده‌ی مقطع عرضی انتهایی پرش است.

همچنین، با به کار بردن قانون بقای جرم جهت حجم شاهد، نتیجه گرفته می‌شود:

$$\rho_1 q_1 + \rho_a q_e = \rho_2 q_2 \quad (4)$$

اگر اختلاف جرم حجمی تنها به علت تفاوت غلظت مواد محلول (مثلاً نمک) باشد، رابطه‌ی زیر به دست خواهد آمد:

$$\rho_i = \rho_{a0} \left[ 1 + \left( \frac{\rho_s}{\rho_{a0}} - 1 \right) C_i \right], \quad i = 1, 2, a \quad (5a)$$

$$C_a < C_2 \leq C_1 \ll 1 \quad (5b)$$

در آن،  $C$  غلظت حجمی متوسط- لایه‌ای جریان چگال،  $C_a$  غلظت حجمی متوسط- عمقی سیال محیطی،  $\rho_s$  جرم حجمی مواد جامد حل شده و  $\rho_{a0}$  جرم حجمی سیال محیطی تمیز با غلظت مواد محلول برابر با صفر ( $C_a = 0$ ) می‌باشد.

رابطه ای را جهت تخمین مقدار افت کارمایه ناشی از پرش چگال به دست آورد که تابعی از نسبت اعماق مزدوج پرش بود.

تراپ (۲۰۱۰) عدد فرود چگال بحرانی را مورد بررسی قرار داد. ضمناً فراسنجهای مختلف پرش چگال به وسیله‌ی نامبرده مورد تحقیق قرار گرفت.

نصرآبادی و همکاران (۲۰۱۲)، اثر ذرات معلق ریزدانه را بر پرش چگال به صورت آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان دادند که افت کارمایه، و نیز ضخامت جریان چگال در محل ورودی، تابعی از غلظت ذرات نیست، اما طول پرش چگال تابعی از غلظت ذرات است. همچنین، افزایش غلظت ذرات، حداکثر سرعت را در ناحیه‌ی پرش کاهش می‌دهد.

بوردن و همکاران (۲۰۱۲ الف و ب) با استفاده از شبیه سازی مستقیم عددی (به صورتهای دو و سه بعدی)، جریانهای چگال غیرتبادلی را بررسی نمودند. ایشان نشان دادند که یک افت کارمایه قابل ملاحظه در طی پرش چگال رخ می‌دهد. ضمناً، ایشان جهت تخمین سرعت انتشار جریان چگال، رابطه ای را بر اساس فراسنجهای هندسی جریان، عدد رینولدز و عدد اشمیت ارائه نمودند.

چنین به نظر می‌رسد که تاکنون اثرات زبری بر خصوصیات پرشهای چگال مورد مطالعه قرار نگرفته است. در این مقاله، با در نظر گرفتن اختلاط و زبری بستر، پرش داخلی آزاد به صورت تحلیلی موشکافی گردیده، و حل جدیدی جهت نسبت عمقهای مزدوج در بسترهای صاف و زبر به دست می‌آید.

## مواد و روشها (تحلیل پرش چگال)

قبل از بیان روش تحلیلی، فرضیات زیر در نظر گرفته می‌شوند:

- 1- عمق سیال محیطی  $H$  خیلی بزرگتر از عمق جریان چگال  $h$  است ( $H \gg h_2$ )؛ لذا هیچ گونه جریان های گردشی و برگشتی در سیال محیطی به وجود نمی‌آید.
- 2- سیال محیطی همگن بوده و خود دارای هیچ گونه لایه‌بندی نیست. همچنین، سطح آزاد آن، افقی است.
- 3- توزیع قائم سرعت، و همچنین نیمرخ قائم چگالی، یکنواخت می‌باشند. ضمناً، توزیع فشار آب ایستایی در نظر گرفته می‌شود.

همان طور که قبلاً ذکر گردید، تاکنون، اثر زبری بر پرشهای چگال به خوبی مورد مطالعه قرار نگرفته است. اخیراً در جریانهای تک-لایه ای نهرهای باز، نیروی برشی بستر  $F_\tau$  به صورت کسری از تفاضل شارهای اندازه حرکت مقاطع ابتدایی و انتهایی پرش پیشنهاد شده است (کارلو و همکاران ۲۰۰۷ و ۲۰۰۹):

$$F_\tau = \beta(M_1 - M_2), \quad 0 \leq \beta < 1 \quad (16)$$

در این رابطه،  $\beta$  ضریبی مثبت است که در یک بستر با منحنی دانه بندی ذرات یکنواخت، این ضریب تنها با توجه به مشخصات زبری نسبی بستر، تعیین می گردد:

$$\beta = e \left( \frac{K_s}{h_c} \right) = f \left( \frac{K_s}{h_1} \right) \quad (17)$$

که  $K_s$  و  $h_c$  به ترتیب ارتفاع معادل زبری بستر و عمق بحرانی جریان می باشند.  $f$  و  $e$  نیز نشان دهنده‌ی نماد تابع می باشند.

در این تحقیق، جهت تخمین نیروی برشی بستر در طول پرش از رابطه‌ی ذیل، که مشابه با معادله‌ی (۱۶) است، استفاده شد.

$$F_\tau = \beta(\rho_1 q_1 U_1 - \rho_2 q_2 U_2), \quad 0 \leq \beta < 1 \quad (18)$$

با جایگذاری معادلات (۱۸ و ۱۷) در معادله (۱۶):

$$\left( \frac{h_2}{h_1} \right)^3 - \left( \frac{h_2}{h_1} \right) \left( \frac{C_1 - C_a}{C_2 - C_a} \right) \left[ 1 + 2F_{D1}^2 (1 - \beta) \right] + \quad (19)$$

$$2F_{D1}^2 (1 - \beta) \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \left( \frac{C_1 - C_a}{C_2 - C_a} \right) (1 + r_e)^2 = 0$$

مطابق با معادله‌ی (۱۹) و نامعادله‌ی (۱۸b)، تقریب  $\rho_2/\rho_1 \approx 1$  معقول به نظر می رسد. همچنین، با استفاده از معادله (۱۶)، معادله‌ی (۱۹) به شکل ذیل، ساده می گردد:

$$\left( \frac{h_2}{h_1} \right)^3 - \left( \frac{h_2}{h_1} \right) \left[ 1 + 2F_{D1}^2 (1 - \beta) \right] \times \quad (20a)$$

$$(1 + r_e) + 2F_{D1}^2 (1 - \beta) (1 + r_e)^3 = 0$$

که قیود این معادله عبارتند از:

$$0 \leq \beta < 1, \quad 0 \leq r_e, \quad 1 \leq F_{D1}, \quad 1 \leq \frac{h_2}{h_1} \quad (20b)$$

معادله‌ی (۲۰a)، معادله‌ای از نوع درجه‌ی سوم ناقص برحسب نسبت عمقهای مزدوج  $h_2/h_1$  است، که در آن نسبت  $h_2/h_1$  تابعی از سه متغیر عدد فرود چگالی مقطع ابتدایی پرش  $F_{D1}$ ، نسبت اختلاط  $r_e$  و

با توجه به معادلات (۳، ۴ و ۵a) می توان دید که:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{q_2}{q_1} - \frac{C_a}{C_2} \left( \frac{q_e}{q_1} \right) = 1 + r_e \left( 1 - \frac{C_a}{C_2} \right) \quad (6)$$

در رابطه‌ی فوق،  $r_e$  نسبت اختلاط بوده که مطابق

با رابطه‌ی (۷) تعریف می شود:

$$r_e = q_e/q_1 = (q_2/q_1) - 1 \quad (7)$$

با فرض  $C_a = 0$ ، معادلات (۶ و ۵a) به شکل روابط

زیر در می آیند:

$$\rho_a = \rho_{a0} \quad (8a)$$

$$\rho_i = \rho_a \left[ 1 + \left( \frac{\rho_s}{\rho_a} - 1 \right) C_i \right], \quad i = 1, 2 \quad (8b)$$

$$C_1/C_2 = q_2/q_1 = 1 + r_e \quad (9)$$

موازنه‌ی اندازه حرکت در حجم شاهد شکل (۲)،

نتیجه می دهد:

$$F_{P1} - F_{P2} + F_{PJ} - F_\tau = \rho_2 q_2 U_2 - \rho_1 q_1 U_1 \quad (10)$$

$F_\tau$  نیروی برشی بستر در واحد عرض نهر پایه دار

در طول پرش است.  $F_{P2}$ ،  $F_{P1}$  و  $F_{PJ}$  نیز به ترتیب نیروهای آب ایستایی در واحد عرض نهر پایه دار وارد بر مقاطع ۱، ۲ و سطح مورب پرش می باشند که با توجه به روش منشور فشار، و یا با استفاده از روابط زیر، تعیین می گردند:

$$F_{Pi} = \int_0^{h_i} P_i(z) dz, \quad i = 1, 2 \quad (11a)$$

$$F_{PJ} = \int_{h_1}^{h_2} P_J(z) dz \quad (11b)$$

که  $P_i(z)$  و  $P_J(z)$ ، به ترتیب، فشار آب ایستایی در

فاصله‌ی  $z$  از بستر زیر مقطع  $\lambda m$  و سطح مورب پرش می باشند. با توجه به شکل (۲) مشاهده می شود که:

$$P_i = \rho_a g(H - h_i) + \rho_i g(h_i - z), \quad i = 1, 2 \quad (12a)$$

$$P_J = \rho_a g(H - z) \quad (12b)$$

با کمک روابط (۱۲a) و (۱۲b)، معادلات (۱۱a) و

(۱۱b) بازنویسی می گردند:

$$F_{Pi} = \rho_a g(H - h_i) h_i + \rho_i g \frac{h_i^2}{2}, \quad i = 1, 2 \quad (13a)$$

$$F_{PJ} = \rho_a g(h_2 - h_1) H - \rho_a g \frac{(h_2^2 - h_1^2)}{2} \quad (13b)$$

با جایگزینی معادلات (۱۳a) و (۱۳b) در معادله‌ی

(۱۰)، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2} \rho_{a0} g \left( \frac{\rho_s}{\rho_{a0}} - 1 \right) \times \left[ (C_1 - C_a) h_1^2 - (C_2 - C_a) h_2^2 \right] - F_\tau = \rho_2 q_2 U_2 - \rho_1 q_1 U_1 \quad (14)$$

$$\frac{h_2}{h_1} = -2\sqrt{\left(-\frac{k}{3}\right)} \cos\left(\frac{\alpha + \pi}{3}\right) = \quad (26)$$

$$-\frac{(A+B)}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}(A-B)$$

همچنین، ریشه‌ی منفی و غیر قابل قبول معادله‌ی

(۲۰a) عبارت است از:

$$\frac{h_2}{h_1} = -2\sqrt{\left(-\frac{k}{3}\right)} \cos\left(\frac{\alpha - \pi}{3}\right) = \quad (27)$$

$$-\frac{(A+B)}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}(A-B)$$

در صورتی که قید (۲۵) ارضا نگردد، معادله‌ی

(۲۰a) دارای یک ریشه‌ی منفی و دو ریشه‌ی موهومی

خواهد بود که هیچ کدام قابل قبول نخواهد بود.

همان طور که قبلاً ذکر گردید، در ناحیه‌ی غلتان،

اختلاط سیال محیطی با جریان چگال وجود ندارد، لذا:

$$q_2 = q_2, \quad \rho_2 = \rho_2 \quad (28)$$

که نمایه ۲، نشان دهنده‌ی مقطع انتهایی ناحیه

اختلاط است.

با استفاده از موازنه‌ی اندازه‌های حرکت، نسبت عمق

انتهای پرش  $h_2$  به عمق جریان در شروع ناحیه غلتان

$h_2$ ، برابر خواهد شد با:

$$\frac{h_2}{h_2'} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8(1-\beta)F_{D2'}^2} - 1 \right) \quad (29)$$

که  $F_{D2'}$  عدد فرود چگالی در شروع ناحیه‌ی غلتان

است:

$$F_{D2'} = q_2' / \sqrt{gh_2'^3((\rho_2' - \rho_a)/\rho_2')} = \quad (30)$$

$$F_{D2}(h_2/h_2')^{1.5}$$

اگر نسبت اختلاط  $r_e$  برابر با صفر شود، معادله‌ی

(۲۰a)، به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8(1-\beta)F_{D1}^2} - 1 \right) \quad (31)$$

در صورتی که  $\rho_a/\rho_1 \approx 0$  باشد، حالتی مشابه با

پرشهای ایجاد‌ی در نهرهای-باز تک-لایه‌ای ایجاد می

شود. در این وضعیت، معادله (۳۱) را می‌توان به شکل

ذیل بازنویسی نمود:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8(1-\beta)F_1^2} - 1 \right) \quad (32)$$

معادله‌ی فوق‌الذکر با معادله‌ی پیشنهاد شده کارلو

و فرو (۲۰۰۴) و کارلو و همکاران (۲۰۰۷) که جهت پرش

در جریانهای تک-حالت عبوری از روی

ضریب تنش برشی بستر  $\beta$  می‌باشد. اگر عدد فرود چگالی

در مقطع انتهایی پرش به صورت

$$F_{D2} = U_2 / \sqrt{gh_2(\rho_2 - \rho_a)/\rho_2}$$

با توجه به روابط (۶ و ۲):

$$F_{D1}^2 = F_{D2}^2 \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \left( \frac{h_2}{h_1} \right)^3 (1+r_e)^{-3} \quad (21)$$

و با در نظر گرفتن تقریب  $\rho_2/\rho_1 \approx 1$  و معادلات

(۶ و ۲۱) در رابطه‌ی اندازه حرکت (۱۹)، معادله‌ی (۲۲)

تولید می‌شود، که در آن نسبت  $h_2/h_1$  تابعی از نسبت

اختلاط  $r_e$ ، ضریب تنش برشی  $\beta$  و عدد فرود چگالی

مقطع انتهایی پرش  $F_{D2}$  می‌باشد:

$$\left( \frac{h_1}{h_2} \right)^3 - \left( \frac{h_1}{h_2} \right) \left[ \frac{1 + 2F_{D2}^2(1-\beta)}{1+r_e} \right] + \quad (22)$$

$$\frac{2F_{D2}^2(1-\beta)}{(1+r_e)^3} = 0$$

مطابق با روش کاردانو، معادله‌ی (۲۰a) به صورت

زیر حل می‌گردد:

$$\frac{h_2}{h_1} = 2\sqrt{\left(-\frac{k}{3}\right)} \cos\left(\frac{\alpha}{3}\right) = A + B \quad (23)$$

$$\alpha = \text{Arc cos} \left[ \left( -\frac{l}{2} \right) / \sqrt{\left( -\frac{k}{3} \right)^3} \right] \quad (24a) \text{ که:}$$

$$A = \sqrt[3]{\left( -\frac{l}{2} \right) + i \sqrt{\left( -\frac{k}{3} \right)^3 - \left( \frac{l}{2} \right)^2}} \quad (24b)$$

$$B = \sqrt[3]{\left( -\frac{l}{2} \right) - i \sqrt{\left( -\frac{k}{3} \right)^3 - \left( \frac{l}{2} \right)^2}} \quad (24c)$$

$$k = -[1 + 2F_{D1}^2(1-\beta)](1+r_e) \quad (24c)$$

$$l = 2F_{D1}^2(1-\beta)(1+r_e)^3$$

با توجه به قیود (۲۰b)، مقادیر  $k$  و  $l$  همواره باید به

ترتیب منفی و مثبت باشند. لذا شرط وجود مقدار حقیقی

مثبت جهت  $h_2/h_1$  (معادله‌ی ۲۳)، آن است که:

$$-1 \leq \left[ \left( -\frac{l}{2} \right) / \sqrt{\left( -\frac{k}{3} \right)^3} \right] < 0 \quad (25)$$

با توجه به قید (۲۵)، معادله (۲۰a)، علاوه بر جواب

(۲۳) دارای یک ریشه‌ی مثبت کوچکتر و یک ریشه‌ی

منفی دیگر نیز می‌باشد. ریشه‌ی مثبت کوچکتر، نشان

دهنده‌ی نسبت عمق جریان چگال در انتهای ناحیه

اختلاط  $h_2$  به عمق  $h_1$  است:

$(r_e)_{\max}$  و  $(h_2/h_1)_{(r_e)_{\max}}$  به صورت توابعی از متغیرهای  $F_{D1}, \beta$  رسم شده‌اند. با ثابت بودن زبری بستر، هرچه عدد فرود چگالی در مقطع فوق بحرانی افزایش یابد، مقادیر  $(r_e)_{\max}$  و  $(h_2/h_1)_{(r_e)_{\max}}$  نیز افزایش می‌یابند. همان طور که مشاهده می‌گردد، شیب نمودار در محیطهای زبرتر کمتر می‌باشد؛ به عبارت دیگر، هر چه ضریب زبری بزرگتر باشد، درصد افزایش  $(r_e)_{\max}$  و  $(h_2/h_1)_{(r_e)_{\max}}$  نیز کاهش می‌یابد. همچنین، به ازاء  $F_{D1}$  معین، با افزایش زبری ( $\beta$ )، حداکثر نسبت اختلاط و عمق مزدوج متناظر با آن کم می‌شود.

همان طور که قبلاً ذکر گردید، نسبت عمقهای مزدوج  $h_2/h_1$  دارای دو و یا سه نقطه بیشینه نسبی است. بیشینه مقدار نسبت عمقهای مزدوج پرش از برابر صفر قرار دادن مشتق  $h_2/h_1$  نسبت به  $r_e$  به دست می‌آید:

(۳۶)

$$\begin{cases} (h_2/h_1)_{\max} = \left(\frac{\sqrt[3]{2}}{3}\right) \frac{1+2F_{D1}^2(1-\beta)}{F_{D1}^{\frac{2}{3}}(1-\beta)^{\frac{1}{3}}}, & \text{if } 2.255 \leq F_{D1}(1-\beta)^{\frac{1}{2}} \\ (h_2/h_1)_{\max} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1+8(1-\beta)F_{D1}^2} - 1\right), & \text{if } F_{D1}(1-\beta)^{\frac{1}{2}} < 2.255 \end{cases}$$

همچنین کمینه مطلق نسبت  $h_2/h_1$  از روابط ذیل، قابل محاسبه می‌باشد:

(۳۷)

$$\begin{cases} (h_2/h_1)_{\min} = (h_2/h_1)_{(r_e)_{\max}} = \frac{1+2F_{D1}^2(1-\beta)}{3F_{D1}^{\frac{2}{3}}(1-\beta)^{\frac{1}{3}}}, & \text{if } F_{D1}(1-\beta)^{\frac{1}{2}} \leq 8.204 \\ (h_2/h_1)_{\min} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1+8(1-\beta)F_{D1}^2} - 1\right), & \text{if } 8.204 < F_{D1}(1-\beta)^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

نسبت اختلاط متناظر با  $(h_2/h_1)_{\min}$  و  $(h_2/h_1)_{\max}$

به ترتیب برابر می‌شوند با:

$$\begin{cases} r_e \left(\frac{h_2}{h_1}\right)_{\max} = \left(\frac{\sqrt[3]{4}}{6}\right) \frac{1+2F_{D1}^2(1-\beta)}{F_{D1}^{\frac{4}{3}}(1-\beta)^{\frac{2}{3}}} - 1, & \text{if } 2.255 \leq F_{D1}(1-\beta)^{\frac{1}{2}} \\ r_e \left(\frac{h_2}{h_1}\right)_{\max} = 0, & \text{if } F_{D1}(1-\beta)^{\frac{1}{2}} < 2.255 \end{cases} \quad (38)$$

(۳۹)

$$\begin{cases} r_e \left(\frac{h_2}{h_1}\right)_{\min} = (r_e)_{\max} = \frac{1+2F_{D1}^2(1-\beta)}{3F_{D1}^{\frac{4}{3}}(1-\beta)^{\frac{2}{3}}} - 1, & \text{if } F_{D1}(1-\beta)^{\frac{1}{2}} \leq 8.204 \end{cases}$$

بسترهای زبر است، معادل می‌باشد. با قرار دادن  $\beta = 0$  جهت بستر صاف، معادلات (۳۱ و ۳۲) به ترتیب به معادله‌ی پیشنهادی یه و گوها (رابطه ۱)، و معادله‌ی بلانگر تبدیل خواهند شد.

در شکلهای ۳ تا ۵ نسبتهای  $h_2/h_1$  و  $h_2/h_1$  محاسبه شده به ترتیب به وسیله‌ی روابط ۲۳ و ۲۶ به صورت توابعی از نسبت اختلاط  $r_e$ ، عدد فرود چگالی مقطع ابتدایی پرش  $F_{D1}$  و ضریب تنش برشی بستر  $\beta$  رسم گردیده‌اند. با ثابت در نظر گرفتن  $r_e$  و  $\beta$ ، با افزایش عدد فرود چگالی در مقطع ۱، مقادیر  $h_2/h_1$  و  $h_2/h_1$  به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابند (شکلهای ۳ تا ۵). لازم به ذکر است که این افزایش  $h_2/h_1$  و کاهش  $h_2/h_1$  در بسترهای زبرتر، به ترتیب از نرخ کندتر و تندتری برخوردارند (شکل ۴).

همان طور که در شکلهای (۳ و ۵) دیده می‌شود، اگر خصوصیات جریان در مقطع ۱ ( $F_{D1}$ )، و همچنین وضعیت زبری بستر ( $\beta$ )، معلوم باشند، با افزایش نسبت اختلاط،  $h_2/h_1$  همواره زیاد می‌گردد، ولیکن ممکن است،  $h_2/h_1$  ابتدا افزایش یافته، و سپس کاهش یابد، یا اینکه کلاً یک منحنی نزولی باشد؛ لذا، منحنی نسبت  $h_2/h_1$  دارای یک بیشینه مطلق، و یک یا دو کمینه نسبی است. جهت یافتن حداکثر نسبت اختلاط  $(r_e)_{\max}$ ، باید مشتق  $r_e$  را نسبت به  $h_2/h_1$  برابر با صفر قرار داد:

$$\frac{dr_e}{d\left(\frac{h_2}{h_1}\right)} = 0 \Rightarrow \quad (33)$$

$$(r_e)_{\max} = \frac{3\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2}{1+2F_{D1}^2(1-\beta)} - 1$$

با جایگزینی رابطه‌ی (۳۳) در معادله‌ی (۲۰a)،

$$\text{نسبت عمق مزدوج متناظر با } (r_e)_{\max} \text{ برابر می‌شود با:} \quad (34)$$

$$\left.\frac{h_2}{h_1}\right|_{(r_e)_{\max}} = \left.\frac{h_2}{h_1}\right|_{(r_e)_{\max}} = \frac{1+2F_{D1}^2(1-\beta)}{3F_{D1}^{\frac{2}{3}}(1-\beta)^{\frac{1}{3}}}$$

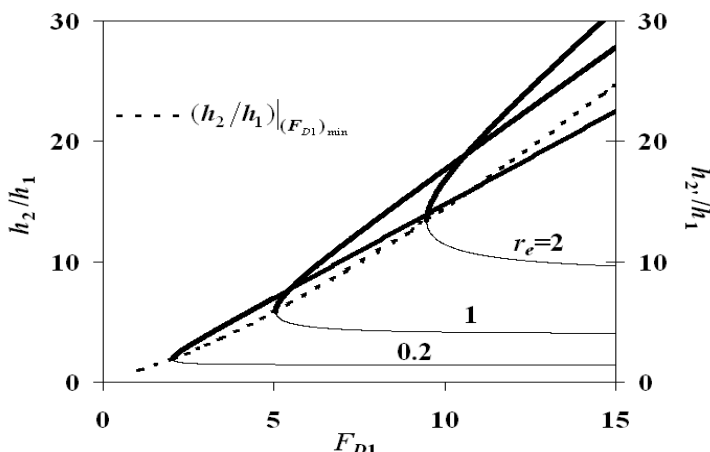
با توجه به معادلات (۳۳ و ۳۴):

$$(r_e)_{\max} = \frac{1+2F_{D1}^2(1-\beta)}{3F_{D1}^{\frac{4}{3}}(1-\beta)^{\frac{2}{3}}} - 1 \quad (35)$$

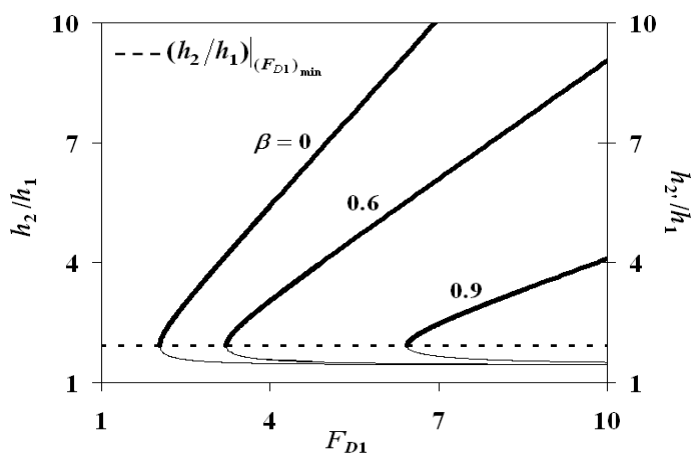
جهت بستر صاف ( $\beta = 0$ )، روابط به دست آمده

(۳۴ و ۳۵) با روابط به دست آمده بادور و اینک (۱۹۸۳) یکسان می‌باشند. در شکلهای (۶a) و (۶b)، مقادیر

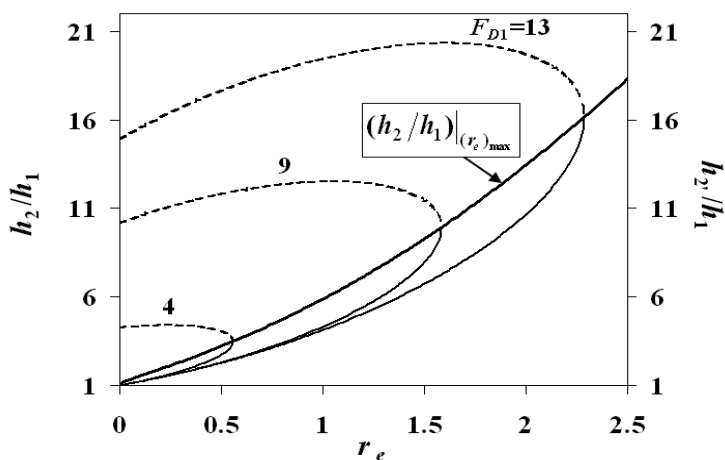




شکل ۳- تغییرات نسبت‌های  $h_2/h_1$  (خطوط ضخیم) و  $h_2/h_1$  (خطوط باریک) با توجه به فراسنج نسبت اختلاط  $re$  و عدد فرود چگالی مقطع ماقبل پرش  $FD1$  در شرایط صاف بودن بستر ( $\beta=0$ ).



شکل ۴- تغییرات نسبت‌های  $h_2/h_1$  (خطوط ضخیم) و  $h_2/h_1$  (خطوط باریک) با توجه به تغییرات ضریب تنش برشی بستر  $\beta$  و عدد فرود چگالی مقطع ماقبل پرش  $FD1$  ( $re=0.2$ ).



شکل ۵- تغییرات نسبت‌های  $h_2/h_1$  (خط چینها) و  $h_2/h_1$  (خطوط) با توجه به تغییرات نسبت اختلاط  $re$  و عدد فرود چگالی مقطع ماقبل پرش  $FD1$  ( $\beta=0.3$ ).

نسبتهای  $h_2/h_1$  و  $h_{2'}/h_1$  متناظر با عدد فرود چگالی در مقطع ۱ ( $F_{D1}$ )، به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابند، و یا به عبارتی دیگر، مقدار دو عمق  $h_2$  و  $h_{2'}$  به یکدیگر نزدیکتر می‌شوند. این بدان معناست که با افزایش زبری، ناحیه‌ی غلتان پرش کوچکتر می‌گردد؛ در این حالت حداکثر مقدار ممکن ضریب زبری  $\beta$ ، که متناظر با کمینه مقدار  $h_2/h_1$  است، از رابطه‌ی ذیل، قابل محاسبه خواهد بود. لازم به ذکر است که جهت این مقدار از ضریب زبری، ناحیه غلتان وجود نخواهد داشت:

$$(\beta)_{\max} = 1 - \frac{a \cos\left(\frac{\theta}{3}\right) - b}{F_{D1}^2} \quad (45)$$

نسبت عمق مزدوج متناظر با  $(\beta)_{\max}$  برابر می‌شود با:

$$\frac{h_2}{h_1} \Big|_{(\beta)_{\max}} = \frac{h_{2'}}{h_1} \Big|_{(\beta)_{\max}} = 2 \sqrt{\left(-\frac{k}{3}\right)} \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1 + 2 F_{D1}^2 [1 - (\beta)_{\max}]}{3 F_{D1}^{\frac{2}{3}} [1 - (\beta)_{\max}]^{\frac{1}{3}}} \quad (46)$$

اگر نسبت اختلاط سیال تمیز با ناحیه پرش، برابر با صفر باشد، خواهیم داشت:

$$(\beta)_{\max} = 1 - \frac{1}{F_{D1}^2} \quad (47)$$

معادله‌ی (۴۷) بدین معناست که در این حالت، پرش رخ نخواهد داد.

### استفاده از نتایج این تحقیق در مدیریت ته نشینی و

#### فرسایش رسوبها در مخازن

در مخازن، پرش هیدرولیکی در جریانهای چگال حاوی ذرات معلق ریزدانه (پرش کدر)، اغلب در نزدیکی سد رخ می‌دهد. که در این حالت، می‌تواند یک دریاچه گل‌آلود در پایین دست پرش تشکیل گردد. ویژگی این دریاچه، کوچک بودن مقدار سرعت متوسط-لایه ای در آن می‌باشد؛ بنابراین، امکان ته نشینی مقدار زیادی از رسوبها در نزدیکی سد اصلی وجود داشته و بازده و عمر مفید سد و آبگیرهای آن به شدت کاهش خواهد یافت. روشهای مختلفی (مانند مدیریت حوضه‌های آب‌بخیز، آبشویی، عملیات لایروبی، خروج جریانهای کدر از طریق

با توجه به معادلات ۲۱ و ۳۶-۳۹، اعداد فرود چگالی مقطع انتهایی پرش، که متناظر با مقادیر حداکثر و حداقل نسبت عمقهای مزدوج پرش می‌باشند، به ترتیب از روابط ذیل قابل محاسبه خواهند بود:

$$F_{D2} \Big|_{\left(\frac{h_2}{h_1}\right)_{\max}} = \sqrt{\frac{1}{4(1-\beta)} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}, \quad \text{if } 2.25 \leq F_{D1} (1-\beta)^{\frac{1}{2}} \quad (40)$$

$$F_{D2} \Big|_{\left(\frac{h_2}{h_1}\right)_{\min}} = \sqrt{\frac{1}{(1-\beta)} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}, \quad \text{if } F_{D1} (1-\beta)^{\frac{1}{2}} \leq 8.204 \quad (41)$$

همان طور که در شکلهای (۳) و (۴) مشاهده می‌گردد، مقادیر  $h_2/h_1$  و  $h_{2'}/h_1$  (به ترتیب روابط ۲۳ و ۲۶)، در عدد فرود کمینه  $(F_{D1})_{\min}$  با یکدیگر برابر می‌گردند. به عبارت دیگر جهت  $(F_{D1})_{\min}$ ، ناحیه‌ی غلتان پرش از بین می‌رود. با توجه به مقدار کمینه نامعادله (۲۵) و معادله‌ی (۲۴c)، اگر نسبت اختلاط  $r_e$  و همچنین وضعیت زبری بستر ( $\beta$ ) معلوم باشند، حداقل مقدار عدد فرود چگالی در مقطع ابتدایی پرش  $(F_{D1})_{\min}$ ، معادل می‌شود با:

$$(F_{D1})_{\min} = \left[ a \cos\left(\frac{\theta}{3}\right) - b / (1-\beta) \right]^{0.5} \quad (42)$$

که:

$$a = 2 \sqrt{b^2 - \frac{1}{4}}, \quad b = \frac{4 - 9(1+r_e)^3}{8} \quad (43)$$

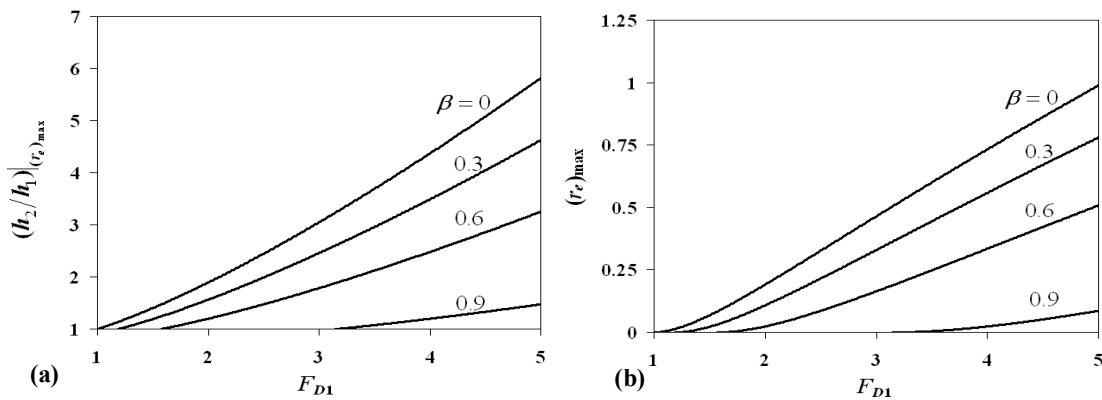
$$\theta = \text{Arc cos} \left[ \left( -b^3 + \frac{3}{8}b - \frac{1}{16} \right) / \left( b^2 - \frac{1}{4} \right)^{1.5} \right]$$

با استفاده از روابط (۲۳)، (۲۴c)، نسبت عمق مزدوج متناظر با  $(F_{D1})_{\min}$  از رابطه‌ی (۴۴) به دست می‌آید:

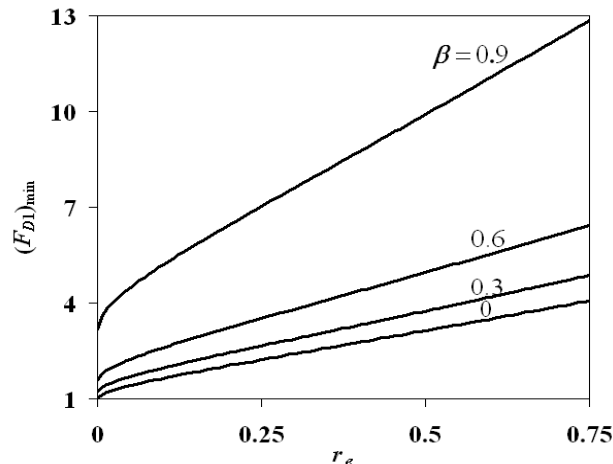
$$\frac{h_2}{h_1} \Big|_{(F_{D1})_{\min}} = \frac{h_{2'}}{h_1} \Big|_{(F_{D1})_{\min}} = 2 \sqrt{\left(-\frac{k}{3}\right)} \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1 + 2 (F_{D1})_{\min}^2 (1-\beta)}{3 (F_{D1})_{\min}^{\frac{2}{3}} (1-\beta)^{\frac{1}{3}}} \quad (44)$$

برای هر زبری ثابت، با افزایش نسبت اختلاط  $r_e$ ، مقادیر  $(F_{D1})_{\min}$  نیز افزایش می‌یابند (شکل ۷). این افزایش در بسترهای زیرتر به علت شیب بزرگتر نمودارها، مشهودتر است. همچنین، در یک نسبت اختلاط ثابت، با زیاد شدن ضریب زبری  $\beta$ ، مقدار  $(F_{D1})_{\min}$  فزونی می‌یابد (شکلهای ۴ و ۷).

همان طور که در شکل (۴) مشاهده می‌گردد، برای هر نسبت اختلاط  $r_e$  ثابت، هرچه بستر زیرتر باشد،



شکل ۶- تغییرات (a)  $(r_e)_{max}$  و (b)  $(h_2/h_1)_{(r_e)_{max}}$  با توجه به تغییرات عدد فرود چگالی مقطع ماقبل پرش  $F_{D1}$  و ضریب تنش برشی بستر  $\beta$ .



شکل ۷- تغییرات  $(F_{D1})_{min}$  با توجه به تغییرات نسبت اختلاط  $re$  و ضریب تنش برشی بستر  $\beta$ .

داده‌اند که در صدی از رسوبات که در پایین دست موانع ته نشین می‌گردد در مقایسه با جریانهای کدر مهار نشده، ناچیز است (اوهی و اشلیس، ۲۰۰۷)؛ بنابراین، حتی اگر در پایین دست مانع (در نزدیکی بدنه‌ی سد)، پرش هیدرولیکی دیگری رخ دهد، اثرات ته‌نشینی این پرش چگال در مقایسه با پرش بالادستی، کوچک خواهد بود.

در محاسبات می‌توان فرض نمود که جریان کدر به صورت بحرانی از روی مانع عبور می‌کند. اگر مطابق با گارسیا (۱۹۹۳)، مقدار عدد فرود چگال بحرانی را برابر با یک فرض نماییم، ضخامت بحرانی جریان کدر  $h_c$  از رابطه‌ی (۴۸) به‌دست خواهد آمد:

تخلیه‌کننده‌های تحتانی، و همچنین استفاده از جریانهای چگال افشانه‌گونه را می‌توان جهت مدیریت ته‌نشینی و فرسایش رسوبات در مخازن به کار برد (چیکیتا و اوکومورا، ۱۹۹۰؛ کانتر و گارسیا، ۲۰۰۱؛ کلامپ و همکاران، ۲۰۰۳؛ لیو و تومیناگا، ۲۰۰۳؛ زیبا و لیو، ۲۰۰۳). اخیراً، به صورت آزمایشگاهی و عددی از موانع قابل و یا غیرقابل نفوذ که در بالادست سد اصلی واقع شده‌اند، جهت مهار کردن جریانهای کدر استفاده شده است (اوهی و اشلیس، ۲۰۰۱ و ۲۰۰۷). روش اخیر (مهار کردن جریانهای کدر بوسیله موانع) می‌تواند با دیگر روشها (به عنوان مثال آبشویی) ترکیب شود (اوهی و اشلیس، ۲۰۰۷).

نتایج بررسی‌های عددی، و نیز آزمایشگاهی، نشان

عمقهای مزدوج با در نظر گرفتن زبری بستر به دست آمدند؛ بنابراین، با استفاده از نتایج به دست آمده از این تحقیق، مقدار  $z_0$  می تواند به صورت مناسب تری محاسبه و پیش بینی گردد.

### نتیجه گیری

در این مقاله، با استفاده از معادلات بقای جرم، حجم و اندازه حرکت، پرش چگال به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار گرفت و معادله‌ای جهت نسبت عمقهای مزدوج پرش، با در نظر گرفتن اختلاط سیال محیطی به درون جریان گرانشی، و همچنین وجود زبری بستر، به دست آمد. با فرض ثابت بودن عدد فرود چگالی بالادست پرش، و همچنین نسبت اختلاط، مشخص گردید که با افزایش زبری بستر، علاوه بر کاهش نسبت عمق مزدوج  $h_2/h_1$ ، ناحیه‌ی غلتان پرش نیز کوچکتر می شود. نشان داده شد که با افزایش عدد فرود چگالی مقطع ابتدایی پرش، نرخ افزایش نسبت  $h_2/h_1$  کندتر می گردد. علاوه بر این، رابطه‌ی مابین حداقل مقدار ممکن عدد فرود چگالی بالادست پرش، نسبت اختلاط و زبری نسبی بستر پیشنهاد شد. همچنین، معادلاتی جهت محاسبه‌ی حداکثر مقدار ممکن نسبت اختلاطی و ضریب تنش برشی بستر به دست آمدند. لازم به ذکر است که این مقادیر حدی، متناظر با حداقل مقدار ممکن  $h_2/h_1$  بودند. همچنین، رابطه‌ی جهت تعیین حداقل ارتفاع مانع نفوذناپذیر، به صورت رابطه‌ی از نسبت عمقهای مزدوج  $h_2/h_1$  (با در نظر گرفتن زبری بستر) به دست آمد.

### منابع

- 1) Baddour, R.E. and H. Abbink. 1983. Turbulent underflow in a short channel of limited depth. J. Hydraul. Eng. 109(5): 722-740.
- 2) Borden, Z., T. Koblitz, and E. Meiburg. 2012a. Turbulent mixing and wave radiation in non-Boussinesq internal bores. Phys. Fluids. 24: 082106.
- 3) Borden, Z., E. Meiburg, and G. Constantinescu. 2012b. Internal bores: An improved model via a detailed analysis of the energy budget. J. Fluid Mech. 703: 279-314.
- 4) Cantero, M. I. and M. H. Garcia. 2001. Sediment management in water reservoirs by jet-induced density currents. Proc., Int. Symp. Env. Hydr. Tempe, Ariz. 12-33

$$h_C = \sqrt[3]{q_C^2 \left/ \left( \frac{\rho_C - \rho_a}{\rho_C} \right)} \quad (48)$$

در آن، نمایه  $C$  نشان دهنده‌ی جریان بحرانی ایجاد شده بر روی مانع می باشد.

مقدار سیال محیطی اختلاط یافته با جریان غلیظ در وضعیت زیربحرانی، ناچیز و بی اهمیت می باشد؛ لذا

$$q_C \cong q_2, \quad \rho_C \cong \rho_2 \quad (49)$$

با جایگزینی روابط (۹) و (۴۹) در معادله‌ی (۴۸)، رابطه‌ی زیر به دست می آید:

$$h_C \cong \sqrt[3]{q_1^2 \left/ \left( \frac{\rho_1 - \rho_a}{\rho_1} \right) (1+r_e) \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{\frac{1}{3}} \right.} \quad (50)$$

اگر از معادله‌ی بقای کارمایه مابین مقطع انتهایی پرش (مقطع ۲) و مقطع بحرانی روی مانع (مقطع  $C$ ) استفاده گردد، خواهیم داشت:

$$h_2 + \frac{1}{2} F_{D2}^2 h_2 = h_C + \frac{1}{2} F_{DC}^2 h_C + z_0 + h_f \quad (51)$$

در آن،  $z_0$  ارتفاع مانع از بستر و  $h_f$  افت کارمایه مابین مقطع ۲ و مقطع بحرانی روی مانع می باشد. در صورتیکه شکل مانع از خطوط جریان تبعیت کند، می توان از افت کارمایه، صرف نظر نمود.

با جایگزینی  $F_{DC} = 1$ ،  $h_f = 0$  و معادله (۲۱) در معادله (۵۱)، رابطه (۵۲) جهت محاسبه‌ی حداقل مقدار ممکن ارتفاع مانع  $z_0$  حاصل می گردد.

$$\begin{aligned} \frac{z_0}{h_1} &= \frac{h_2}{h_1} + \frac{F_{D1}^2 (1+r_e)^3}{2} \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \left( \frac{h_2}{h_1} \right)^{-2} \\ &\quad - \frac{3}{2} F_{D1}^{\frac{2}{3}} \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{\frac{1}{3}} (1+r_e) \\ &\cong \frac{h_2}{h_1} + \frac{F_{D1}^2 (1+r_e)^3}{2} \left( \frac{h_2}{h_1} \right)^{-2} \\ &\quad - \frac{3}{2} F_{D1}^{\frac{2}{3}} (1+r_e) \end{aligned} \quad (52)$$

اوهی و اشلیس (۲۰۰۱) ارتفاع مانع نفوذناپذیر را حداقل دو برابر ضخامت جریان نزدیک شونده به مانع برآورد کرده اند؛ اما همان طور که در معادله‌ی (۵۲) ملاحظه می گردد، حداقل مقدار ممکن جهت ارتفاع مانع به شدت متأثر از نسبت عمقهای مزدوج  $h_2/h_1$  می باشد. در این مقاله، معادلاتی جهت محاسبه‌ی نسبت

- 18) Nasrabadi, M., M.H. Omid, and J. Farhoudi. 2012. Submerged hydraulic jump with sediment-laden flow. *Int. J. Sed. Res.* 27: 100-111.
- 19) Nourmohammadi, Z., H. Afshin, and B. Firoozabadi. 2011. Experimental observation of the flow structure of turbidity currents. *J. Hydraul. Res.* 49: 168-177.
- 20) Oehy, Ch. and A. Schleiss. 2001. Numerical modeling of a turbidity current passing over an obstacle—Practical application in Lake Grimsel, Switzerland. *Proc. Int. Symp. Env. Hydr. (CD-ROM)*, Tempe, Ariz. 11-37.
- 21) Oehy, Ch., and A. Schleiss. 2007. Control of turbidity currents in reservoirs by solid and permeable obstacles. *J. Hydraul. Eng.* 133: 637-648.
- 22) Qu, L. and W.K. Chow. 2012. Numerical studies on density jump in a long corridor fire. *Tunnel. Underground Space Tech.* 32: 113-126.
- 23) Rayson, M.D., N.L. Jones, G.N. Ivey, and O.B. Fringer. 2011. Internal hydraulic jump formation in a deep water, continuously-stratified, unsteady channel flow. *7th Int. Symp. on Stratified Flows*, Italy. 1-18.
- 24) Regev, A., S. Hassid, and M. Poreh. 2004. Density jumps in smoke flow along horizontal ceilings. *Fire Safety J.* 39: 465-479.
- 25) Regev, A., S. Hassid, and M. Poreh. 2006. Calculation of entrainment in density jumps. *J. Environ Fluid Mech.* 6: 407-424.
- 26) Sumner, E., J. Peakall, D. Parsons, R. Wynn, S. Darby, R. Dorrell, S. McPhail, J. Perrett, A. Webb, and D. White. 2013. First direct measurements of hydraulic jumps in an active submarine density current. *Geophy. Res. Lett.* 40: 1-5.
- 27) Thrope, S.A. 2008. Dissipation in hydraulic transitions in flows through abyssal channels. *J. Marine Res.* 65: 147-168.
- 28) Thrope, S.A. 2010. Turbulent hydraulic jumps in a stratified shear flow. *J. Fluid Mech.* 654: 305-350.
- 29) Wilkinson, D.L. and I.R. Wood. 1971. A rapidly varied flow phenomenon in a two-layer flow. *J. Fluid Mech.* 47: 241-256.
- 30) Wood, I.R. and J.E. Simpson. 1984. 'Jumps in layered miscible fluids.' *J. Fluid Mech.* 140: 329-342.
- 31) Xi, Y.H., W.K. Chow, and J. Mao, 2015. Aerodynamics simulation on density jump in a long corridor fire. *Tunnel. Underground Space*
- 5) Carollo, F. G. and V. Ferro. 2004. "Contributo allo studio della lunghezza del risalto libero su fondo liscio e scabro." *Rivista di Ingegneria Agraria*, 35: 13-20 (in Italian).
- 6) Carollo, F.G., V. Ferro, and V. Pampalone. 2007. Hydraulic jumps on rough beds. *J. Hydraul. Eng.* 133: 989-999.
- 7) Carollo, F.G., V. Ferro, and V. Pampalone. 2009. A new solution of classical hydraulic jump. *J. Hydraul. Eng.* 135: 527-531.
- 8) Chikita, K. and Y. Okumura. 1990. Dynamics of turbidity currents measured in Katsurasawa reservoir, Hokkido, Japan.' *J. Hydrol.* 177: 323-338.
- 9) Garcia, M.H. 1993. Hydraulic jumps in sediment-driven bottom currents. *J. Hydraul. Eng.* 119: 1094-1117.
- 10) Hassid, S., A. Regev, and M. Poreh. 2007. Turbulent energy dissipation in density jumps. *J. Fluid Mech.* 572: 1-12.
- 11) Hogg, A.J., and A.W. Woods. 2001. The transition from inertia-to-bottom-drag-dominated motion of turbulent gravity current. *J. Fluid Mech.* 449: 201-210.
- 12) Holland, D.M., R.R., Rosales D. Stefanica, and E.G. Tabak. 2002. Internal hydraulic jump and mixing in two-layer flows. *J. Fluid Mech.* 470: 63-83.
- 13) Huang, H., J. Imran, C. Pirmez, Q. Zhang, and G. Chen. 2009. The critical densimetric Froude number of subaqueous gravity currents can be non-unity or nonexistent. *J. Sed. Res.* 79: 479-485.
- 14) Klumpp, C.C., J. Jennifer Bountry, and B. Blair Greimann. 2003. Case studies in dam decommissioning at the Bureau of Reclamation. *Proc. World Water Resources Congress*. Philadelphia, Pennsylvania. 214-239.
- 15) Kostic, S. and G. Parker. 2006. The response of turbidity currents to a canyon-fan transition: Internal hydraulic jumps and depositional signatures. *J. Hydraul. Res.* 44:631-653.
- 16) Liu, J. and A. Tominaga. 2003. New development of sediment flushing technique. *Proc. World Water Resources Cong.* Philadelphia, Pennsylvania. 551-597.
- 17) Najafpour, N., M. Samie, B. Firoozabadi, and H. Afshin. 2014. Theoretical and experimental investigation of density jump on an inclined surface. *Scientia Iranica B.* 21: 1655-1665.

Tech. 50: 23-31.

32) Xia, Q. and J. Liu. 2003. Sediment management at Naodehai reservoir. Proc. World Water Resources Congress. Philadelphia, Pennsylvania. 1-12.

33) Yih, C.S. and C.R. Guha. 1955. Hydraulic jump in a fluid system of two layers. Tellus. 7: 358-366.