

مطالعه‌ی هیدرولیکی جریان دو فازی بر روی سرریزهای پله ای با شیب کم

علی اکبر حکمت زاده^۱، سید محراب امیری^۲، سروش پاپری^۳

چکیده

اخیرا سرریزهای پلکانی با شیب کم به علت مناسب بودن جهت اجرا بر روی سدهای خاکی مورد توجه قرار گرفته اند. مطالعات عددی کمی بر روی سرریزهای پلکانی با شیب کم صورت پذیرفته است. در این تحقیق، هیدرولیک جریان بر روی سرریز با روش دو فازی درهم (Mixture) شبیه سازی گردید. برای توصیف آشفتگی جریان، از مدل یک معادله ای Eddy Viscosity، مدل های دو معادله ای $k-\epsilon$ ، $k-\omega$ ، $RNG\ k-\epsilon$ ، $SST\ k-\omega$ و مدل تنش رینولدز ω -RSM استفاده گردید. با مقایسه محاسبات عددی و داده های آزمایشگاهی نتیجه گرفته شد که مدل های آشفتگی $k-\omega$ و ω -RSM مناسب تر از سایر مدل های آشفتگی می باشند. در ضمن مدل دو فازی درهم به خوبی هیدرولیک جریان بر روی این سرریزها را شبیه سازی کرد. بعلاوه تاثیر شیب سرریز، دبی جریان و ارتفاع پله های سرریز بر میزان هدر رفت انرژی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که با کاهش شیب سرریز، کاهش دبی جریان و افزایش ارتفاع پله، هدر رفت انرژی افزایش یافت. بطوریکه در دبی در واحد عرض $\frac{m^2}{s}$ $0/234$ با تغییر زاویه ی شیب سرریز از $26/6$ درجه به $8/9$ ، درجه میزان اتلاف انرژی سرریز از 39 درصد به حدود 50 درصد افزایش پیدا کرد.

واژه های کلیدی: سرریز پلکانی با شیب کم، جریان دو فازی، شبیه سازی آشفتگی، مدل تنش رینولدز.

^۱ - استادیار دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی شیراز

^۲ - استادیار بخش راه و ساختمان و محیط زیست، دانشکده ی مهندسی، دانشگاه شیراز

^۳ - دانشجو کارشناسی ارشد دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی شیراز

*- نویسنده مسوول مقاله:

مقدمه

در یک قرن گذشته سدهای خاکی زیادی ساخته شده اند. بعضی از مطالعات بازنگری هیدرولوژی نشان می دهند که ظرفیت عبوری سرریز این سدها کافی نمی باشد. بنابراین این سدها در معرض خطر لبریز شدن جریان از روی تاج سد می باشند. موارد متعددی از خرابی سدها در اثر این پدیده گزارش شده است. یکی از راهکارهای حفاظت سدهای خاکی موجود (با ارتفاع متوسط) در برابر لبریز شدن جریان، ساخت سرریز پلکانی در وجه پایین دست سد می باشد. سد ملتن^۱ واقع در استرالیا به ارتفاع ۳۵ متر از نمونه سدهای خاکی با سرریز پلکانی می باشد که در سال ۱۹۱۶ ساخته شده است. هدف اولیه از احداث این سد، کنترل سیلاب های منطقه بوده است. بعد از بازنگری در مطالعات هیدرولوژی و افزایش دبی طرح، برای محافظت سد از لبریز شدن جریان، در سال ۱۹۹۴ سرریز پلکانی بر روی آن ساخته شد. ظرفیت سد در ابتدا $20969209 \text{ (m}^3\text{)}$ بوده و بعد از ساخت سرریز $23559523 \text{ (m}^3\text{)}$ گردید. سد تانگ ریور^۲ نمونه ای دیگر از سدهای خاکی با سرریز پلکانی می باشد که در سال ۱۹۳۹ به ارتفاع ۲۸ متر در آمریکا احداث گردیده است و در سال ۱۹۹۹ بر روی آن سرریز پلکانی اجرا شده است. تعدادی از سدهای خاکی با سرریز پلکانی در گزارش فما (FEMA) آورده شده است. در ضمن بعضی از سدهای خاکی با ارتفاع ۱۵ تا ۲۰ متر به منظور تغذیه ی مصنوعی زمین ساخته شده اند. با ساخت سرریز پلکانی بر روی این سدها، ظرفیت مخزن و در نتیجه ظرفیت حجم تغذیه ی مصنوعی افزایش می یابد. سرریزهای پلکانی سدهای خاکی عمدتاً با شیب کم (شیب های کمتر از ۲۶/۶ درجه می باشند).

عمده تحقیقات آزمایشگاهی و عددی بر روی سرریزهای پلکانی با حدود شیب ۳۰ تا ۶۰ درجه انجام شده است. رویکرد این تحقیقات بررسی اتلاف انرژی در سدهای بتنی بوده است. در حالی که شیب پایین دست سدهای خاکی بسیار کمتر می باشد. به عنوان نمونه ای از کارهای آزمایشگاهی انجام شده بر روی سرریزهای پلکانی

می توان به سورنسن (۱۹۸۵)، راجاراتنام (۱۹۹۰)، رایس و کادوی (۱۹۹۶)، چمنی و راجاراتنام (۱۹۹۹)، امادور و همکاران (۲۰۰۹)، چیناراسری و ونگ ویسز (۲۰۰۴)، چانسون و گنزالز (۲۰۰۸)، چانسون و فلدر (۲۰۱۱)، چانسون و فلدر (۲۰۱۳) اشاره کرد. بعلاوه، هیدرولیک جریان بر روی سرریزهای پلکانی به کمک روش های عددی بررسی گردیده است. چن و همکاران (۲۰۰۲)، برای اولین بار جریان بر روی سرریز پلکانی را شبیه سازی نمودند. چنگ و همکاران (۲۰۰۵)، با استفاده از روش حجم محدود اقدام به مدل سازی جریان دو فازی بر روی سرریز پلکانی کردند. آن ها به کمک روش دو فازی درهم جریان را روی سرریزهای پلکانی شبیه سازی کردند. کمان بدست و عباسی (۲۰۱۲) میزان استهلاک انرژی بر روی سرریزهای پلکانی ساده با شیب ۴۵ درجه را با کمک مدل عددی به صورت یک فازی محاسبه کردند. نیک سرشت و همکاران (۲۰۱۳)، علاوه بر شبیه سازی جریان بر روی سرریز پلکانی ساده، جریان را به صورت دو فازی بر روی سرریز پلکانی پله-حوضچه ای^۳ نیز شبیه سازی نمودند. شاه حیدری و همکاران (۲۰۱۴)، براساس مدل سازی یک فازی جریان به بررسی ضریب دبی و استهلاک انرژی بر روی سرریز پلکانی با تاج اوجی پرداختند. جوان و همکاران (۱۳۹۲) هیدرولیک جریان بر روی سرریزهای پلکانی را با روش های دو فازی حجم سیال^۴ و درهم^۵ با یکدیگر مقایسه کردند. آن ها در شبیه سازی ترم آشفتگی از مدل های تلاطم $k-\epsilon$ و $k-\epsilon$ RNG استفاده کردند. مروتی و همکاران (۲۰۱۵) به صورت یک فازی الگوی جریان بر روی سرریز پلکانی لبه دار را بررسی کردند. در عمده ی این تحقیقات برای توصیف آشفتگی عمدتاً از مدل های دو معادله ای با فرض بوزینسک ($k-\epsilon$, RNG) استفاده شده است و رژیم جریان رویه ای می باشد.

تاکنون شبیه سازی کمی بر روی سرریز پلکانی با شیب کم صورت پذیرفته است. عمده ی شبیه سازی ها نیز بر روی سرریزهای پلکانی ساده با شیب نسبتاً زیاد (۳۰ تا ۶۰ درجه) صورت پذیرفته است. در ضمن عمده ی مطالعات عددی بر روی سرریزهای پلکانی به کمک مدل

³ Step-Pool Spillway

⁴ Volume of Fluid

⁵ Mixture

¹ Melton

² Tongue River

رینولدز ω -RSM مورد استفاده قرار گرفته اند که در ذیل بطور خلاصه شرح داده شده اند:

مدل آشفتگی Eddy viscosity در این مدل، ترم های تنش رینولدز ($u_i u_j$) با کمک فرض بوزینسک به گرادیان سرعت متوسط و ویسکازیته آشفتگی بر اساس رابطه ۳ وابسته می باشند.

$$-u_i u_j = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3)$$

در رابطه ۳، δ_{ij} تابع دلتا کرونگر، ν_t ویسکوزیته آشفتگی و k انرژی جنبشی آشفتگی می باشد و از طریق رابطه‌ی ۴ توصیف می گردد.

$$\nu_t = L_m \sqrt{k} \quad (4)$$

در رابطه فوق، L_m بیانگر مقیاس طول آشفتگی و یا طول اختلاط پراندتل می باشد که براساس رابطه‌های تجربی بدست می‌آید. با کمک معادله‌ی ناویر-استوکس می‌توان یک معادله‌ی انتقالی برای محاسبه انرژی جنبشی تلاطم (k) بیان کرد. همچنین روابط تجربی مختلفی برای تخمین L_m پیشنهاد شده است. بدین ترتیب با ترکیب روابط تجربی با معادله‌ی انتقالی k می‌توان ν_t را بدست آورد. در این پژوهش از روش Menter استفاده شده است (رودی ۲۰۰۰).

مدل $k-\varepsilon$: این مدل یکی از متداولترین روشهای شبیه سازی جریانهای آشفته می باشد که در آن تنش رینولدز بر اساس رابطه ۳ تعریف می گردد. در این مدل ترم L_m در رابطه ۴، به صورت $L_m = c \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}$ تعریف می‌گردد که k معرف انرژی جنبشی آشفتگی، ε نرخ هدر رفت انرژی آشفتگی و c ضریب تناسب می باشد. ترم های k و ε به کمک روابط انتقالی ۵ و ۶ محاسبه می گردند. این روابط با انجام عملیات جبری بر روی معادله های ناویر-استوکس (وابسته به زمان و متوسط گیری شده در زمان) بدست آمده‌اند (رودی ۲۰۰۰).

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \rho \varepsilon + P_k \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \quad (6)$$

های تلاطم دو معادله ای انجام شده است و توجه بسیار کمی به استفاده از مدل های آشفتگی تنش رینولدز شده است. در این تحقیق هیدرولیک جریان بر روی سرریزهای پلکانی ساده و لبه دار بررسی می گردد. در فرایند شبیه سازی جریان های رویه ای و ریزشی مدنظر قرار می گیرد. معادلات جریان (ناویر-استوکس) به صورت دو فازی با روش درهم (Mixture) شبیه سازی می گردد. در فرایند شبیه سازی از مدل های آشفتگی یک معادله-ای Eddy Viscosity، مدل های $k-\varepsilon$ ، $k-\omega$ ، $k-\omega$ SST و مدل تنش رینولدز ω -RSM^۱ جهت بیان آشفتگی جریان استفاده می گردد. برای انتخاب مدل مناسب آشفتگی، نتایج محاسباتی با داده های آزمایشگاهی مقایسه می گردند. سپس تاثیر شیب سرریز، ارتفاع پله و دبی جریان بر میزان استهلاك انرژی بررسی می گردد.

تئوری

معادله های حاکم بر جریان آب بر روی سرریزهای پلکانی، روابط ناویر-استوکس بر اساس روابط ۱ و ۲ می باشند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_j} = \quad (2)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho u_i u_j \right) + \rho g_{xi}$$

در این رابطه ها، u_i سرعت نوسانی و U_i سرعت متوسط جریان می باشد. ترم $\rho \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ بیانگر ترمهای تانسور تنش مولکولی است. ρ چگالی سیال، P فشار، ν ویسکوزیته کینماتیکی جریان است و ترم $\rho u_i u_j$ بیانگر تانسور تنش رینولدز می باشد که بر اساس مدل آشفتگی مناسب توصیف می گردد (فاکس و همکاران ۲۰۱۱).

برای توصیف ترم های آشفتگی مدل های مختلفی پیشنهاد شده است و هر مدل یک یا چند معادله به رابطه های ناویر-استوکس اضافه می کند. در این پژوهش، مدل یک معادله ای Eddy viscosity، مدل های آشفتگی دو معادله ای $k-\varepsilon$ ، $k-\omega$ ، $k-\omega$ SST و مدل تنش

¹ - Omega Reynolds Stress Model

مدل تنش رینولدز ω -RSM: در مدل‌های آشفتگی مذکور، ترم‌های تنش رینولدز $(u_i u_j)$ براساس فرضیات بوزینسک به گرادیان سرعت متوسط مرتبط می‌باشد. اما در مدل ω -RSM برای محاسبه‌ی هر یک از ترم‌های تانسور تنش رینولدز از یک معادله‌ی انتقالی کمک گرفته می‌شود. ترم $u_i u_j$ بدین صورت بدست می‌آید که معادله‌ی ناویر-استوکس متوسط‌گیری شده در زمان از معادله‌ی ناویر-استوکس وابسته به زمان کسر می‌گردد. نتیجه‌ی حاصل برای جهت i در مولفه‌ی u_j ضرب و نتیجه‌ی حاصل از جهت j در مولفه‌ی u_i ضرب می‌گردد. سپس معادلات جدید با یکدیگر جمع شده و نسبت به زمان انتگرال‌گیری می‌گردد. بدین ترتیب رابطه‌های انتقالی (رابطه‌ی ۱۰) برای محاسبه‌ی ترم‌های تانسور تنش رینولدز $(u_i u_j)$ بدست می‌آید (آمامو و همکاران ۲۰۱۵).

$$\frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X_k} (U_k \rho u_i u_j) = P_{ij} - \frac{2}{3} \beta' \rho \omega k \delta_{ij} + \Phi_{ij} + \frac{\partial}{\partial X_k} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial u_i u_j}{\partial X_k} \right) \quad (10)$$

در رابطه‌ی فوق، β' و σ_k ثابت‌های این می‌باشند، ترم P_{ij} بیانگر تولید تنش آشفتگی می‌باشد و Φ_{ij} نشانگر همبستگی بین نوسانهای فشار (P') و کرنش آشفتگی می‌باشد. دو پارامتر اخیر از طریق رابطه‌های ۱۱ و ۱۲ بدست می‌آیند:

$$P_{ij} = -\rho u_i u_k \frac{\partial U_j}{\partial X_k} - \rho u_j u_k \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \quad (11)$$

$$\Phi_{ij} = \frac{P'}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \quad (12)$$

فرآیند عددی

در این پژوهش از یک مدل عددی حجم محدود مبتنی بر المان برای آنالیز هیدرولیک جریان استفاده شد. حجم‌های کنترلی اطراف هر گره به وسیله‌ی اتصال مراکز هندسی المان‌ها تشکیل می‌گردد. در مدل عددی مذکور، هیدرولیک جریان بصورت دو فازی با روش درهم (Mixture) و شش مدل آشفتگی (یک معادله‌ی Eddy

در این رابطه‌ها، P_k ترم تولید آشفتگی ناشی از نیروهای ویسکوزیته است و بر اساس رابطه‌ی ۷ بدست می‌آید. همچنین $C_{\epsilon 1}$ و $C_{\epsilon 2}$ و σ_k و σ_ϵ ضریب‌های ثابت مدل می‌باشند.

$$P_k = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial X_k} \left(3\mu_t \frac{\partial U_k}{\partial X_k} + \rho k \right) \quad (7)$$

مدل k - ϵ RNG: در این مدل معادله‌های انتقال انرژی تابلیم و نرخ استهلاك مطابق مدل k - ϵ می‌باشند اما مقدارهای ضرایب مدل متفاوت می‌باشند و عدد ثابتی نیستند. این مدل برای بهبود مدل k - ϵ ارائه شده است و بر مبنای تئوری گروه‌های نرمال شده (Renormalized Group) بدست آمده است. بعضی از ضریب‌های این مدل ثابت نیست و تابعی از آشفتگی ناشی از نیروهای ویسکوزیته می‌باشد (ژانگ دانگ و همکاران ۲۰۰۹).

مدل k - ω : در این مدل ویسکوزیته آشفتگی به انرژی جنبشی آشفتگی و فرکانس آشفتگی وابسته می‌باشد. فرکانس آشفتگی، ω ، بر اساس فرمول ۸ تعریف می‌گردد و بر اساس رابطه‌ی انتقالی ۹ بدست می‌آید (آچاری و داس ۲۰۱۵).

$$\omega = \frac{\epsilon}{k} \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X_j} (\rho U_j \omega) = \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial X_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial X_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2$$

که α ، β ، و σ_ω ضرایب ثابت مدل می‌باشند و P_k مشابه مدل k - ϵ از رابطه ۷ برآورد می‌گردد. لازم به ذکر است که در این مدل معادله k شبیه مدل k - ϵ می‌باشد. این مدل در جریان‌هایی با اعداد رینولدز پایین کاربرد دارد.

مدل k - ω SST: از ترکیب مدل استاندارد k - ϵ و k - ω این مدل استخراج شده است. بدین صورت که هر دو مدل مذکور در تابع آمیختگی مناسب ضرب و سپس با یکدیگر جمع می‌گردند. تابع آمیختگی طوری طراحی شده است که در نواحی نزدیک دیوار شبیه مدل k - ω و در نواحی دور از دیوار شبیه مدل k - ϵ عمل می‌کند (ژانگ دانگ و همکاران ۲۰۰۹).

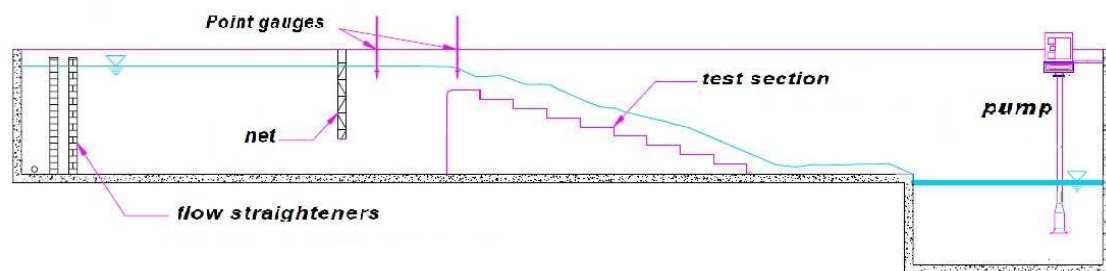
غلظت سنج دو فرکانس (Double-Tip Conductivity Probe) استفاده شده است. این دستگاه قادر است که با اندازه گیری مقاومت الکتریکی حباب های آب و هوا میزان غلظت آن ها را تعیین نماید (فلدر ۲۰۱۳). در شکل ۲ مدل های آزمایشگاهی مورد استفاده نشان داده شده است. همچنین در جدول ۱ مشخصات هندسی این مدل ها آورده شده است.

جدول ۱- مشخصات مدل های آزمایشگاهی سرریز

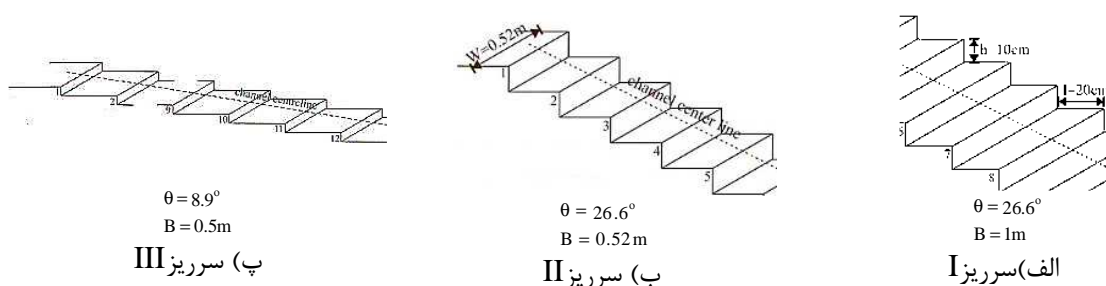
شماره سرریز	شیب	سرریز (درجه)	پلکانی			عرض سرریز (m)
			ارتفاع سرریز H (m)	ارتفاع پله h (m)	تعداد پله N	
I	۲۶/۶	۱	۰/۱	۱۰	۱	
II	۲۶/۶	۱	۰/۱	۱۰	۰/۵۲	
III	۸/۹	۱/۰۵	۰/۰۵	۲۱	۰/۵	

Viscosity، مدل های دو معادله ای $k-\epsilon$ ، $k-\omega$ ، RNG $k-\epsilon$ ، SST $k-\omega$ و مدل تنش رینولدز ω -RSM بررسی گردید. به منظور انتخاب روش آشفتگی مناسب، شبیه سازی عددی بر روی مدل های آزمایشگاهی با شیب کم اعمال گردید. سه نوع مختلف مدل آزمایشگاهی سرریز پلکانی با دو شیب کم استفاده گردید و برای دبی های متفاوت شبیه سازی جریان صورت گرفت. مدل های فیزیکی براساس مطالعات آزمایشگاهی چانسون و فلدر (۲۰۱۱)، (۲۰۱۳) انتخاب گردیدند.

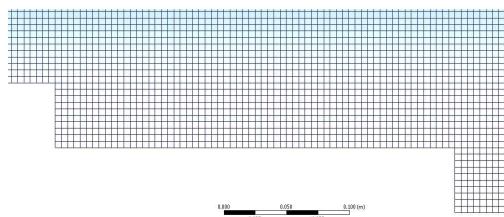
در این آزمایش ها از دو پایلوت بزرگ سرریز پلکانی با شیب های ۸/۹ و ۲۶/۶ استفاده گردید. برای اندازه گیری دبی جریان از سرریز لیه پهن در بالادست استفاده شده است. در شکل ۱ پایلوت آزمایشگاهی در شیب ۲۶/۶ درجه به صورت شماتیک نشان داده شده است. برای اندازه گیری غلظت هوا نسبت به آب در عمق جریان، از دستگاه



شکل ۱- شکل شماتیک مدل آزمایشگاهی سرریز پلکانی (فلدر و چانسون ۲۰۱۱، ۲۰۱۳)



شکل ۲- سه نوع مختلف از سرریز پلکانی ساده (فلدر و چانسون ۲۰۱۱، ۲۰۱۳)

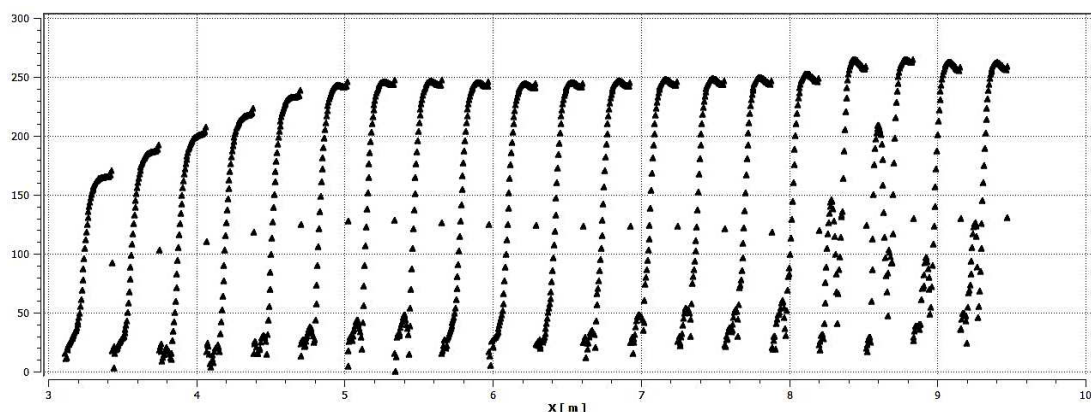


شکل ۳- مش بندی منظم سرریز پلکانی

در رابطه ی ۱۳، u^* سرعت برشی جریان و Y اندازه مش در نزدیکی دیوار می‌باشد. در شکل ۴ نمودار Y^+ برای وجه قائم سرریز پله ای ساده نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود مقادیر Y^+ همگی در محدوده‌ی مناسب می‌باشند. شکل مشابهی نیز برای وجه افقی سرریز بدست می‌آید.

تعیین مش بندی صحیح و شرایط مرزی مناسب در روش های عددی برای رسیدن به جوابهای دقیق اهمیت زیادی دارد. به منظور افزایش دقت محاسبات و کاهش خطاهای عددی از مش بندی منظم بر اساس شکل ۳ استفاده گردید. اندازه مش طوری انتخاب گردید که تابع های دیوار قادر به پیش بینی پروفیل سرعت در کنار دیوار باشند. بدین منظور، مقدار Y^+ برای تابع استاندارد دیوار باید در محدوده ی ۳۰ تا ۳۰۰ باشد.

$$Y^+ = \frac{\rho u^* y}{\mu} \quad (13)$$



شکل ۴- نمودار Y^+ وجه افقی سرریز پلکانی با شیب ۸/۹ درجه و دبی $0.098 \frac{m^3}{s}$

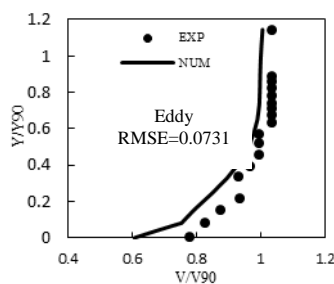
مدل های آشفتگی، نمودار سرعت نسبت به عمق با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردیدند. به عنوان نمونه در شکل ۵، مقادیر سرعت نسبت به عمق با داده های آزمایشگاهی برای سرریز پله ای مقایسه شده است. همان طور که مشاهده می شود نتایج شبیه سازی همراهی خوبی با داده های آزمایشگاهی دارند اما مدل ω -RSM دارای تطابق بهتری با داده های آزمایشگاهی می‌باشد. برای هر شش مدل آشفتگی، مقادیر RMSE طبق فرمول ۱۴ محاسبه گردید.

نتایج

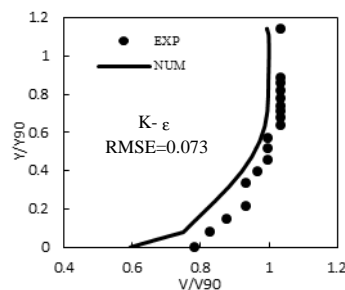
برای انتخاب مدل مناسب آشفتگی ۳۶ آزمایش عددی بر روی شش حالت مختلف آزمایشگاهی سرریز پلکانی صورت پذیرفت. میزان هدر رفت انرژی حاصل از کارهای آزمایشگاهی در حالت های مختلف و مقادیر حاصل از شبیه سازی عددی با کمک روش های مختلف آشفتگی در جدول ۲ آورده شده است. مقادیر خطای نسبی نشان داد که دو مدل آشفتگی $k-\omega$ و ω -RSM منجر به نتایج نزدیکتری به مقادیر آزمایشگاهی نسبت به ۴ مدل دیگر آشفتگی شدند. همچنین برای بررسی بیشتر

جدول ۲- مقایسه هدر رفت انرژی بین مدل آزمایشگاهی و روش عددی

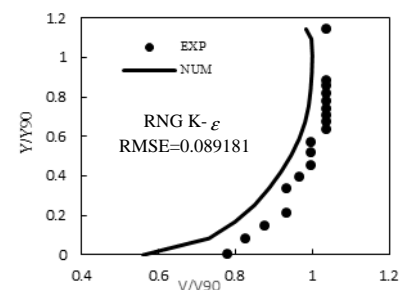
شماره سرریز	رژیم جریان	دبی $\frac{m^2}{s}$	EXP	$\frac{\Delta E}{E1}$	Error	$\frac{\Delta E}{E1}$	Error	$\frac{\Delta E}{E1}$	Error	$\frac{\Delta E}{E1}$	Error	$\frac{\Delta E}{E1}$	Error	$\frac{\Delta E}{E1}$	Error
			$\frac{\Delta E}{E1}$	Eddy	Eddy	K- ϵ	K- ϵ	RNG K- ϵ	RNG K- ϵ	K- ω	K- ω	SST K- ω	SST K- ω	ω -RSM	ω -RSM
I	SK	0.116	0.615	0.498	0.19	0.524	0.14	0.485	0.21	0.62	0.008	0.504	0.18	0.631	0.026
II	SK	0.094	0.7096	0.473	0.33	0.556	0.21	0.575	0.19	0.679	0.043	0.511	0.28	0.678	0.044
II	SK	0.144	0.642	0.438	0.31	0.43	0.33	0.464	0.27	0.599	0.066	0.480	0.25	0.568	0.11
III	NP	0.029	0.823	0.649	0.21	0.662	0.19	0.685	0.16	0.698	0.151	0.693	0.157	0.706	0.142
III	SK	0.098	0.721	0.605	0.160	0.648	0.101	0.613	0.15	0.661	0.0832	0.596	0.173	0.714	0.009
III	SK	0.21	0.557	0.360	0.353	0.390	0.299	0.307	0.448	0.582	0.0448	0.355	0.363	0.524	0.057
RMSE				0.179		0.15		0.163		0.061		0.158		0.059	



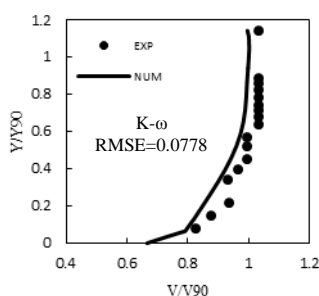
(پ)



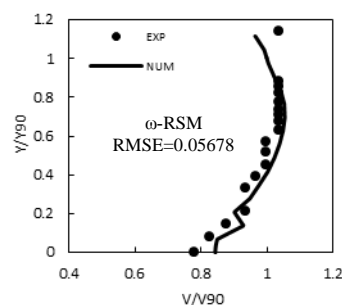
(ب)



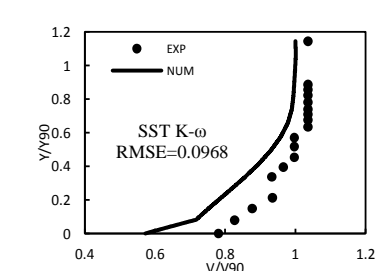
(الف)



(ج)



(ث)



(ت)

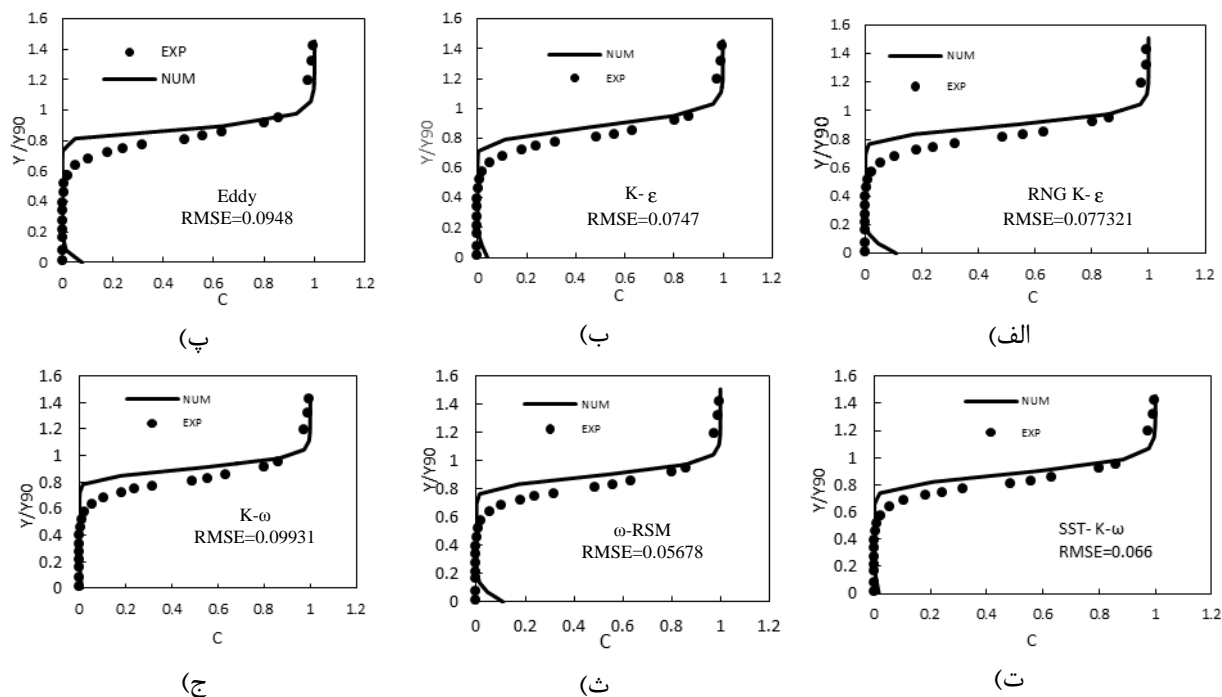
شکل ۵- نمودار سرعت- عمق برای سرریز پلکانی با شیب ۸/۹ درجه و $q=0.21 \frac{m^2}{s}$ مربوط به پله ۲۱ با استفاده از

الف) مدل $K-\epsilon$ (ب) مدل $K-\epsilon$ (پ) Eddy Viscosity (ت) مدل $SST K-\omega$ (ث) مدل ω -RSM (ج) مدل $K-\omega$

بنابراین استفاده از مدل آشفتگی ω -RSM برای شبیه سازی جریان های رویه ای و ریزشی بر روی اشکال مختلف سرریزهای پلکانی ساده با شیب کم منجر به نتایج دقیق تری نسبت به سایر مدل های نام برده می گردد. البته لازم به ذکر است که مدل های آشفتگی نام برده تقریباً دقت یکسانی در پیش بینی غلظت هوا نسبت به عمق دارند (شکل ۶).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\left(\frac{\Delta E}{E1} \right)_{exp} - \left(\frac{\Delta E}{E1} \right)_{num} \right)^2} \quad (14)$$

مقادیر خطای RMSE شش مدل آشفتگی از ۰/۰۵ تا ۰/۱ می باشند که کمترین مقدار مربوط به مدل ω -RSM می باشد. نتایج مشابهی برای سایر مدل های آزمایشگاهی بدست آمد که به منظور اختصار در اینجا آورده نشده اند.



شکل ۶- نمودار غلظت هوا- عمق برای سرریز پلکانی با شیب ۸/۹ درجه و $q=0.21 \frac{m^2}{s}$ مربوط به پله ۲۱ با استفاده از

الف) مدل RNG K-ε (ب) مدل Eddy Viscosity (ت) مدل SST K-ω (ث) مدل ω-RSM (ج) مدل K-ω

دارای رینولدز پایین می باشند) با مشکلاتی مواجه هستند. در حالی که مدل $k-\omega$ مناسب نواحی با رینولدز پایین می باشد. در واقع در نزدیک مرز ε (اتلاف انرژی) بیشتر از k اهمیت می یابد و مدل $k-\varepsilon$ مقدار ε را دست بالا تخمین می زند. لذا بالانس انرژی بین k و ε در نواحی نزدیک مرز برقرار نمی باشد.

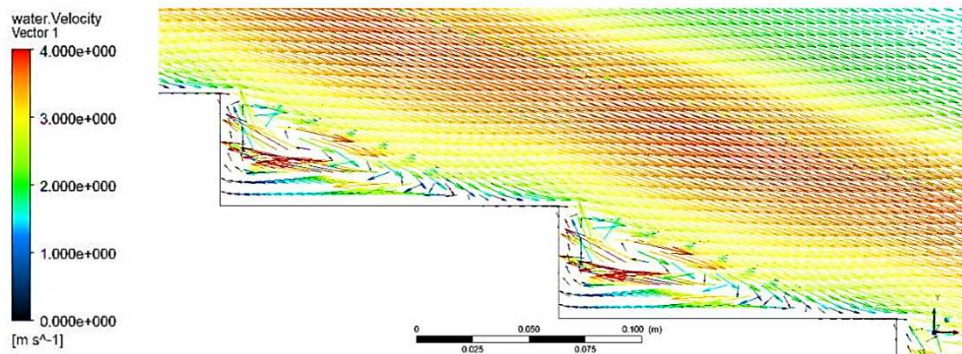
در ضمن در سرریزهای پلکانی گردابه های شدید جریان و گردایان معکوس فشار در طول پله ها وجود دارد و بنابراین وضعیت جریانی غیرهمسان و غیرتعادلی می باشد. جریان های ثانویه و خطوط هم فشار به ترتیب در شکل- های ۷ و ۸ نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۸ مشاهده می شود در راستای طول پله، فشار به میزان قابل توجهی افزایش می یابد که نشان دهنده ی گردایان معکوس فشار می باشد. در این نوع جریان ها، مدل های $k-\omega$ بهتر از مدل های $k-\varepsilon$ و RNG $k-\varepsilon$ ، آشفتگی جریان را شبیه سازی می کنند.

با توجه به مقادیر خطای جدول ۲، مدل های آشفتگی دو معادله ای و مدل تنش رینولدز نسبت به مدل یک معادله- ای Eddy viscosity دارای دقت بیشتری می باشند. این بدان علت است که در مدل یک معادله ای فقط یک معادله انتقالی برای انرژی آشفتگی حل می گردد و ترم هدر رفت انرژی، ε با رابطه ی ۱۵ برآورد می شود.

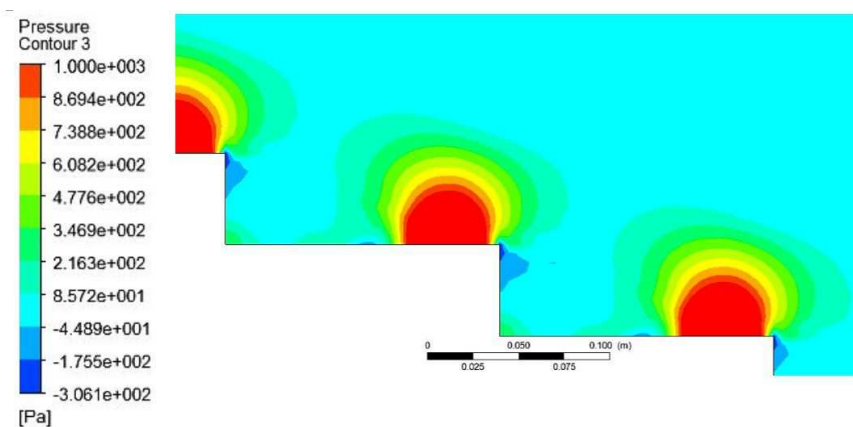
$$\varepsilon = C_D \frac{k^2}{L} \quad (15)$$

که L طول اختلاط (Mixing length) می باشد و از رابطه های تجربی بدست می آید. در حالی که در سایر مدل های آشفتگی، معادله ی انتقالی جداگانه ای برای برآورد ε تحلیل می گردد.

برتری مدل دو معادله ای $k-\omega$ نسبت به مدل های دو معادله ای $k-\varepsilon$ و RNG $k-\varepsilon$ به این دلیل می تواند باشد که مدل های $k-\varepsilon$ مناسب جریان با رینولدزهای بالا می باشند و برای حل معادلات در نواحی نزدیک دیواره (که



شکل ۷- بردار سرعت جریان در سرریز پله ای



شکل ۸- خطوط هم فشار در سرریز پله ای

به صورت دو فازی شبیه سازی کردند. در این شبیه سازی از مدل های مختلف تلاطم برای توصیف آشفتگی استفاده شده است. آنها به این نتیجه رسیدند که مدل ω -RSM نسبت به سایر مدل های آشفتگی در شبیه سازی جریان بر روی سرریز پلکانی مناسب تر می باشد.

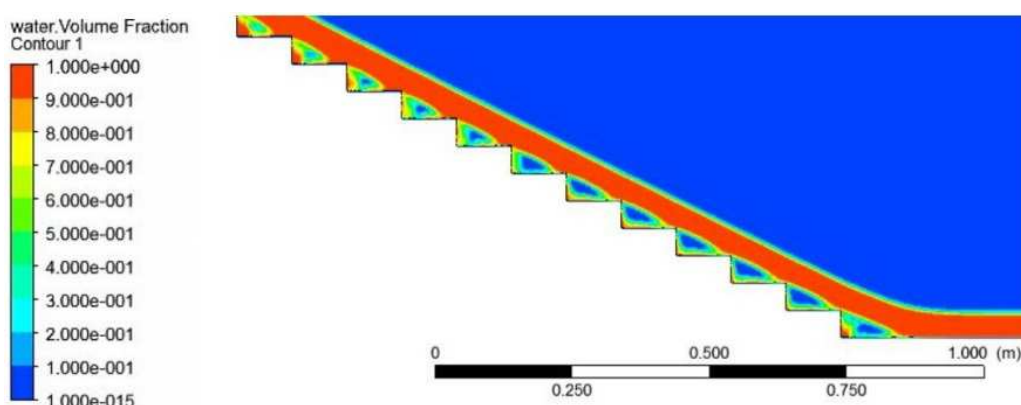
در شکل ۹ پروفیل آب و هوا برای سرریز پلکانی با شیب ۲۶/۶ ترسیم گردیده است. مدل ω -RSM به عنوان مدل آشفتگی و جریان دو فازی نیز بصورت روش درهم انتخاب گردیده است. همانطور که مشاهده می شود با دور شدن از تاج سرریز، هوادهی در پله ها افزایش می یابد. سپس جریان بصورت یکنواخت در می آید. این نشان دهنده عملکرد مناسب مدل هیدرولیکی می باشد.

تاثیر شیب بر میزان هدرفت انرژی در دو دبی مختلف در شکل ۱۰ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود با افزایش شیب سرریز، انرژی کمتری میرا می-

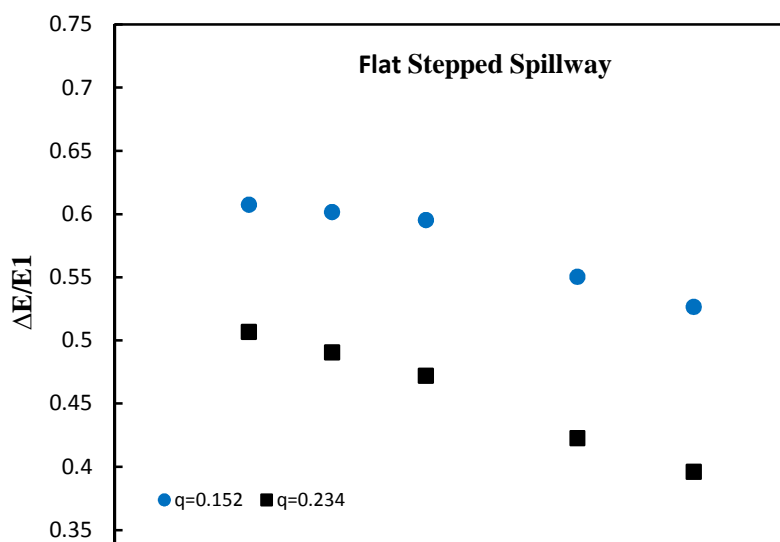
مدل های تنش رینولدز ω -RSM نسبت به مدل های دو معادله $k-\epsilon$ و $RNG\ k-\epsilon$ منجر به نتایج دقیق تری شده اند. علت اینکه مدل های تنش رینولدز دارای جواب های دقیق تری می باشند، امکان تحلیل جریان غیرهمسان و غیر تعادلی می باشد. در مدل های دو معادله ای مقدار تنش آشفتگی به نرخ کرنش متوسط مرتبط است و نرخ کرنش در تمام جهات برابر می باشد. در ضمن در این مدل ها ویسکوزیته آشفتگی در تمام جهات یکسان می باشد. این فرضیات باعث می شود که مدل های دو معادله ای به مدل های همسان تبدیل گردند. در حالی که در سرریزهای پلکانی، جریان بر روی پله ها بصورت غیرهمسان می باشد. به علت اینکه مدل های تنش رینولدز برای هر ترم تانسور تنش رینولدز یک معادله انتقالی مجزا حل می کند، امکان مدلسازی جریان های غیر همسان وجود دارد. لازم به ذکر است که نیک سرشت و همکاران (۲۰۱۳)، جریان بر روی سرریزهای پلکانی با شیب زیاد را

مثل یک غلطک عمل می‌کند و جریان را هدایت می‌کند. بنابراین آشفتگی در شیب‌های کم بیشتر می‌باشد. همانطور که در شکل ۱۱-الف مشاهده می‌گردد در سرریز ساده با شیب ۲۶/۶ درجه گردابه‌های پایدار در کل طول پله تشکیل شده‌اند. اما در شکل ۱۱-ب گردابه‌ها کل طول پله را فرا نگرفته‌اند و کف مجازی تشکیل نشده است.

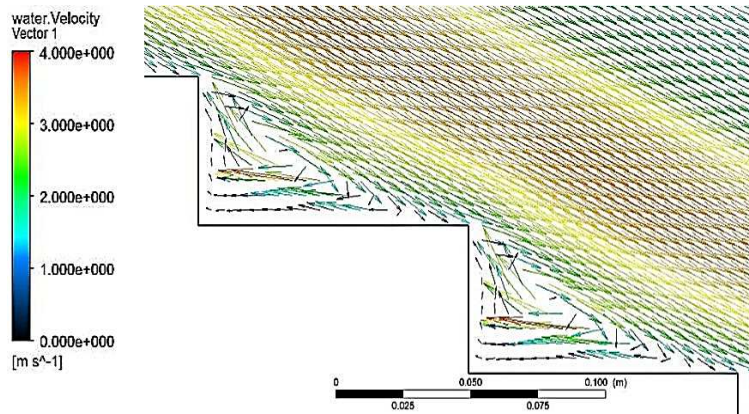
گردد. بطوریکه در دبی $\frac{m^2}{s} 0.234$ با تغییر زاویه‌ی شیب سرریز از ۲۶/۶ درجه به ۸/۹ درجه، میزان اتلاف انرژی سرریز از ۳۹ درصد به حدود ۵۰ درصد افزایش پیدا می‌کند. این ممکن است بدان علت باشد که در شیب‌های کم گردابه کل طول پله را فرا نمی‌گیرد و لذا کف مجازی به طور کامل تشکیل نمی‌گردد و بخشی از جریان با کف پله برخورد مستقیم دارد. اما در شیب‌های زیاد گردابه جریان تقریباً طول پله را در بر می‌گیرد و لذا این گردابه



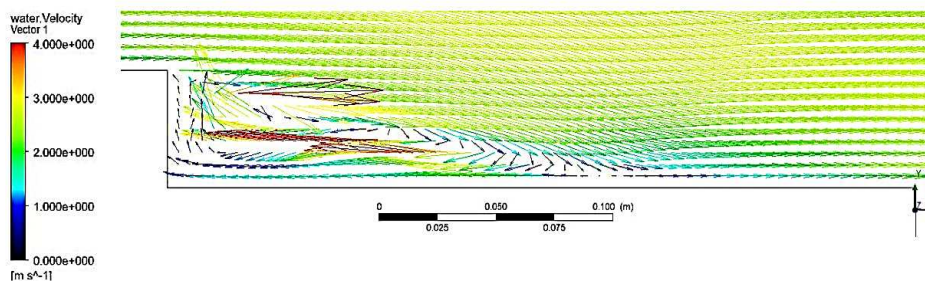
شکل ۹- پروفیل آب و هوا در سرریز پله ای با دبی $\frac{m^2}{s} 0.152$ با شیب ۲۶/۶ درجه



شکل ۱۰- مقایسه‌ی میزان اتلاف انرژی نسبت به شیب سرریز در دو دبی مختلف



(الف)



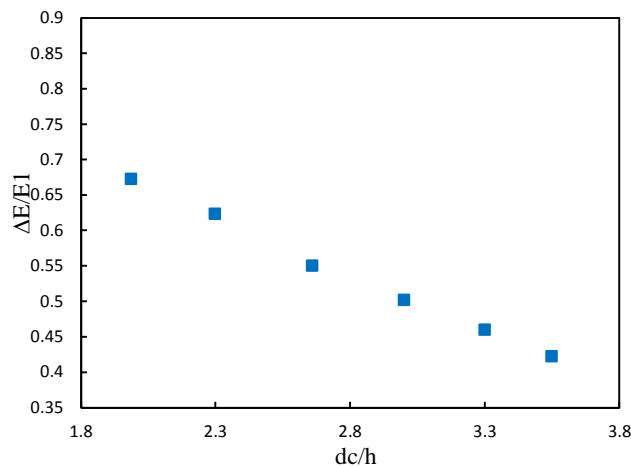
(ب)

شکل ۱۱- بردار سرعت جریان در سرریز پله ای با دبی $0.152 \frac{m^2}{s}$ (الف، با شیب ۲۶/۶ درجه، ب) با شیب ۸/۹ درجه

انتخاب گردید. همانطور که مشاهده می‌شود با کاهش دبی جریان از $0.234 \frac{m^2}{s}$ به $0.098 \frac{m^2}{s}$ ، میزان اتلاف انرژی سرریز از ۴۲ درصد به حدود ۶۸ درصد افزایش پیدا می‌کند.

تاثیر مقدار دبی بر میزان هدر رفت انرژی در شکل ۱۲ نشان داده شده است. در این شکل در محور افقی بجای پارامتر دبی از نسبت عمق بحرانی به ارتفاع پله، $(\frac{d_c}{h})$ استفاده شده است. در این آزمایش‌های عددی،

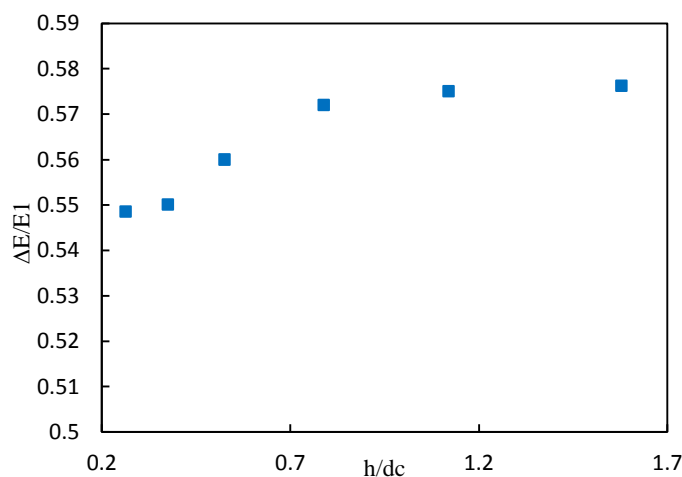
محدوده‌ی $\frac{d_c}{h}$ از ۲ تا $\frac{3}{55}$ و شیب سرریز 3H:1V



شکل ۱۲- تاثیر دبی جریان بر میزان هدر رفت انرژی در سرریز پلکانی

نشان داده شده است. در این شکل d_c عمق بحرانی جریان و h ارتفاع پله می‌باشد. در آزمایش‌های عددی بر روی هر سرریز شیب و دبی جریان ثابت در نظر گرفته شد. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش ارتفاع پله، میزان هدر رفت انرژی اندکی افزایش می‌یابد. با افزایش $\frac{d_c}{h}$ از ۰/۲۶ تا ۱/۵۸، میزان هدر رفت انرژی فقط ۵ درصد افزایش می‌یابد. بنابراین ارتفاع پله نسبت به شیب سرریز و دبی جریان تاثیر کمتری بر میزان اتلاف انرژی دارد. لازم به ذکر است که میزان هدر رفت انرژی در حالت جریان ریزشی بیشتر از حالت جریان رویه ای می‌باشد. بنابراین با افزایش ارتفاع پله رژیم جریان از حالت رویه‌ای به جریان ریزشی تمایل می‌یابد و در نتیجه انرژی بیشتری میرا می‌گردد.

شاه حیدری و همکاران (۲۰۱۴) جریان بر روی سرریز پلکانی ساده و غیریکنواخت با شیب ۱۵ تا ۶۰ درجه را با کمک مدل آشفتگی RNG به صورت عددی شبیه سازی کردند. آن‌ها نیز نتیجه گرفتند که با افزایش دبی، هدر رفت انرژی کاهش می‌یابد. علت این مورد این است که در سرریزهای پله‌ای با افزایش دبی، گردابه‌های جریان منظم‌تر می‌شود و در نتیجه انرژی آشفتگی کمتر می‌گردد. در سرریزها با دبی بزرگتر کف مجازی تشکیل شده و جریان به سمت پایین دست هدایت می‌شود، اما در سرریزها با دبی کوچک‌تر رژیم جریان تمایل دارد به جریان ریزشی نزدیک گردد، بنابراین در این حالت کف مجازی تشکیل نشده و جریان پس از برخورد به کف پله به پایین دست منتقل می‌شود. بنابراین در اثر برخورد جریان با کف پله مقدار انرژی بیشتری هدر می‌رود. در شکل ۱۳ تاثیر ارتفاع پله بر میزان هدر رفت انرژی



شکل ۱۳- تاثیر ارتفاع پله بر میزان هدر رفت در سرریز پلکانی

انرژی و مقادیر سرعت نسبت به عمق مشخص شد مدل تلاطم ω -RSM، دارای نزدیک ترین نتایج به داده های آزمایشگاهی می‌باشند. همچنین نتایج نشان داد که با کاهش شیب سرریز و دبی جریان انرژی بیشتری میرا می‌گردد. بطوریکه در دبی $\frac{m^2}{s}$ ۰/۳۳۴ با تغییر زاویه‌ی شیب سرریز از ۲۶/۶ درجه به ۸/۹ درجه، میزان اتلاف انرژی سرریز از ۳۹ درصد به حدود ۵۰ درصد افزایش پیدا می‌کند. در حالیکه،

نتیجه گیری

در این تحقیق، ۳۶ آزمایش عددی صورت پذیرفت تا مدل مناسب آشفتگی برای توصیف هیدرولیک جریان بر روی سرریزهای پلکانی با شیب کم بدست بیاید. سه نوع مختلف سرریز پلکانی مورد بررسی قرار گرفت. مدل دو فازی درهم و شش مدل آشفتگی، مورد استفاده قرار گرفت. مدل های آشفتگی مورد استفاده شامل، مدل یک معادله‌ای Eddy Viscosity، چهار مدل آشفتگی دو معادله-ای (SST k- ω , k- ω , RNG k- ϵ , k- ϵ)، و مدل تنش رینولدز ω -RSM می‌باشند. با مقایسه‌ی مقادیر میزان استهلاك

7. Chanson H. 2002. The hydraulics of stepped chutes and spillways. Swets & Zeitlinger B.V., Lisse. Australia.
 8. Chen Q., Dai G., Liu H. 2002. Volume of fluid model for turbulence numerical simulation of stepped spillway overflow. *Journal of Hydraulic Engineering*. 128(7):683-688.
 9. Cheng X., Chen Y., Luo L. 2006. Numerical simulation of air-water two-phase flow over stepped spillways. *Science in China Series E: Technological Sciences*. 49(6):674-684.
 10. Chinnarasri C., Wongwiset S. 2004. Flow regimes and energy loss on chutes with upward inclined steps. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 31(5): 870-879.
 11. Felder S. 2013. Air-water flow properties on stepped spillways for embankment dams: Aeration, energy dissipation and turbulence on uniform, non-uniform and pooled stepped chutes, Ph.D.thesis, University of Queensland, Australia.
 12. Felder S., Chanson H. 2013. Aeration, flow instabilities, and residual energy on pooled stepped spillways of embankment dams. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 139(10): 880-887.
 13. Felder S., Chanson H. 2011. Energy dissipation down a stepped spillway with nonuniform step heights. *Journal of Hydraulic Engineering*. 137(11): 1543-1548.
 14. Fox R.W., McDonald A.T., Pritchard P.J. 1985. Introduction to fluid mechanics. Vol 7. New York: John Wiley & Sons.
 15. Gonzalez C.A., Chanson H. 2008. Turbulence manipulation in air-water flows on a stepped chute: An experimental study *European Journal of Mechanics-B/Fluids*. 27(4):388-408.
- با افزایش $\frac{d_c}{h}$ از ۰/۲۶ تا ۱/۵۸، میزان هدر رفت انرژی فقط ۵ درصد افزایش می‌یابد. با مقایسه‌ی اثر سه پارامتر فوق در میزان هدر رفت انرژی سرریزهای پلکانی با شیب کم، ارتفاع پله نسبت به شیب سرریز و دبی جریان تاثیر کمتری بر میزان اتلاف انرژی دارد.
- منابع**
۱. جوان م.، صادق فام س.، اقبال زاده ا. ۱۳۹۲. مقایسه روش‌های اختلاطی و حجم سیال برای شبیه‌سازی عددی اختلاط آب و هوا در جریان غیر ریزشی روی سرریزهای پلکانی. نشریه‌ی پژوهش‌های حفاظت آب و خاک. جلد بیستم. شماره چهارم.
 2. Abbasi S., Kamanbedast A.A. 2012. Investigation of Effect of Changes in Dimension and Hydraulic of Stepped Spillways for Maximization Energy Dissipation. *World Applied Sciences Journal*. 18(2): 261-267.
 3. Achari A.M., Das M.K. 2015. Application of various RANS based models towards predicting turbulent slot jet impingement. *International Journal of Thermal Sciences*. 98:332-351.
 4. Amador A., Sánchez-Juny M., Dolz J. 2009. Developing flow region and pressure fluctuations on steeply sloping stepped spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*. 135(12):1092-1100.
 5. Amamou A., Habli S., Saïd N.M., Bournot P., Palec G. 2015. Numerical study of turbulent round jet in a uniform counterflow using a second order Reynolds Stress Model. *Journal of Hydro-environment Research*. 9(4): 1-14.
 6. Chamani M., Rajaratnam N. 1999. Characteristics of skimming flow over stepped spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*. 125(4): 361-368.

- 2014 .Discharge coefficient and energy dissipation over stepped spillway under skimming flow regime. *KSCE Journal of Civil Engineering*. 19(4): 1174-1182.
23. Sorensen R.M. 1985. Stepped spillway hydraulic model investigation. *Journal of hydraulic Engineering*. 111(12): 1461-1472.
24. ZhongDong Q., XiaoQing H., WenXin H., António A. 2009. Numerical simulation and analysis of water flow over stepped spillways. *Science in China Series E:Technological Sciences*. 52(7): 1958-1965.
16. FEMA P-1015. 2014. Technical manual: Overtopping protection for dams: Best Practices for Design, Construction, Problem Identification and Evaluation, Inspection, Maintenance, Renovation, and Repair, FEMA.
17. Morovati K., Eghbalzadeh A., Javan M. 2015. Numerical investigation of the configuration of the pools on the flow pattern passing over pooled stepped spillway in skimming flow regime. *Journal of Acta Mechanica*:1-14.
18. Nikseresht A., Talebbeydokhti N., Rezaei M. 2013 .Numerical simulation of two-phase flow on step-pool spillways. *Journal of Scientia Iranica*. 20(2): 222-230.
19. Rajaratnam N. 1990. Skimming flow in stepped spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*. 116(4): 587-591.
20. Rice C.E., Kadavy K.C. 1996 .Model study of a roller compacted concrete stepped spillway. *Journal of Hydraulic Engineering*. 122(6): 292-297.
21. Rodi W. 2000 .Turbulence Models and Their Application in Hydraulics A State-of-art review. Third Edition, A.A Balkema. Rotterdam.
22. Shahheydari H., JafariNodoshan E., Barati R., Azhdary Moghadam M.